

Berücksichtigung statistischer Oberflächenkenngrößen bei der  
numerischen Simulation hydrodynamisch wirkender Radialgleit-  
lager im Mischreibungsbereich

Dissertation

zur

Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik

der Universität Rostock

vorgelegt von

Stefan Zorn, geb. am 31.03.1987 in Teterow

aus Rostock

Rostock, den 07.11.2018

[https://doi.org/10.18453/rosdok\\_id00002666](https://doi.org/10.18453/rosdok_id00002666)

**Gutachter:**

## 1. Gutachter

Prof. Dr.-Ing. Klaus Brökel

Lehrstuhl für Konstruktionstechnik/CAD, Fakultät für Maschinenbau  
und Schiffstechnik, Universität Rostock

## 2. Gutachter

Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Fakultät für Ingenieur-  
wissenschaften, Universität Bayreuth

**Datum der Einreichung:**

07.11.2018

**Datum der Verteidigung:**

27.02.2019



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik/CAD der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik der Universität Rostock.

An erster Stelle möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Klaus Brökel für die wissenschaftliche Betreuung und die methodische Unterstützung bei der Durchführung meines Forschungsvorhabens bedanken.

Bei Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg möchte ich mich für die Betreuung als zweiter Gutachter und bei Prof. Dr.-Ing. Harald Aschemann für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanken.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl für die stete Hilfsbereitschaft sowie die angenehme und freundschaftliche Arbeitsatmosphäre bedanken.

Für die vielfältige Unterstützung und ihr professionelles Lektorat bin ich besonders Frau Beate Klimas und Gabriele Sternberg verbunden.

Herrn Dr.-Ing. Roland Wegmann und Herrn Dr.-Ing. Ingo Jonuschies danke ich für die zahlreichen und unermüdlichen fachlichen Gespräche, Ratschläge und Anmerkungen, die mich auf dem Weg zur fertigen Arbeit immer wieder neue Aspekte und Ansätze entdecken ließen. Auch die vielen nicht-wissenschaftlichen und motivierenden Gespräche haben meine Arbeit unterstützt.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir mit großem Vertrauen und immerwährender Unterstützung und Förderung diesen Weg ermöglicht haben.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meiner Frau Franziska für den starken Rückhalt, die Unterstützung, die schöne gemeinsame Zeit und bei meinen Töchtern Sofia und Florentina für die stete erholende Ablenkung bedanken.

Rostock, Februar 2019

Stefan Zorn

## Verzeichnis der Symbole

| Symbol     | Bedeutung  | Einheit |
|------------|--|---------|
| $B$        | Dimensionslose Lagerbreite   |         |
| $Bieg$     | Dimensionsloser Betrag der Wellenbiegung                                     |         |
| $C$        | Mischungskonstante   |         |
| $DX$       | Dimensionslose Schrittweite der Gitterteilung in Umfangsrichtung             |         |
| $DZ$       | Dimensionslose Schrittweite der Gitterteilung in Breitenrichtung             |         |
| $Eu$       | Eulerzahl  |         |
| $E$        | Relative Exzentrizität (im Tools SIRIUS)                                     |         |
| $F$        | Örtlicher Füllungsgrad   |         |
| $F_N$      | Normalkraft  | $N$     |
| $Fr$       | Froudezahl   |         |
| $F_R$      | Reibkraft  | $N$     |
| $H_{krit}$ | Dimensionslose kritische Schmierpalthöhe                                     |         |
| $Kant$     | Dimensionsloser Betrag der Wellenverkantung                                  |         |
| $L$        | Charakteristische Länge  | $mm$    |
| $M_l(c)$   | Materiallänge der Profilelemente in der Ebene c                              | $\mu m$ |
| $N$        | Normalkraft  | $N$     |
| $NX$       | Anzahl der Gitterelemente in Umfangsrichtung des abgewickelten Schmierpaltes |         |
| $NZ$       | Anzahl der Gitterelemente in Breitenrichtung des abgewickelten Schmierpaltes |         |
| $P_c$      | Festkörperkontaktdruck   | $kN$    |
| $P_{ri}$   | Rauhigkeitsprofil  |         |
| $P_{Rand}$ | Dimensionsloser Umgebungsdruck   |         |
| $R$        | Lagerinnenradius   | $mm$    |
| $R$        | Reibkraft  | $N$     |
| $R_a$      | Arithmetischer Mittelwert der Profilordinaten                                |         |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| $R_c$     | Mittlere Höhe der Profilelemente   |            |
| $Re$      | Reynolds-Zahl  |            |
| $Re_{cr}$ | Kritische Reynolds-Zahl  |            |
| $R_{ku}$  | Kurtosis des Rauheitsprofils   |            |
| $Rmr(c)$  | Materialanteil des Rauheitsprofils bezogen auf die<br>Schnitthöhe c              | %          |
| $R_p$     | Höhe der größten Profilspitze  | $\mu m$    |
| $R_q$     | Quadratischer Mittelwert der Profilordinaten                                     |            |
| $R_{sk}$  | Schiefe des Rauheitsprofils  |            |
| $R_v$     | Tiefe des größten Profiltals   | $\mu m$    |
| $R_z$     | Größte Höhe des Rauheitsprofils  | $\mu m$    |
| $S$       | Dimensionsloses Lagerspiel   |            |
| $Smr(c)$  | Flächenhafter Materialanteil einer Oberfläche be-<br>zogen auf die Schnitthöhe c | %          |
| $So$      | Sommerfeldzahl, Dimensionslose Lagerbelastung                                    |            |
| $V$       | Schmierspaltvolumen  | $cm^3$     |
| $\dot{V}$ | Volumenstrom über den Schmierspalt   | $cm^3/min$ |
| $XE$      | Dimensionsloser Verlagerungswinkel der Welle                                     |            |
| $XBieg$   | Dimensionsloser Winkel für die Definition der<br>Biegeebene der Welle            |            |
| $ XKant$  | Dimensionsloser Winkel für die Definition der<br>Verkantungsebene der Welle      |            |
| $b$       | Lagerbreite  | $mm$       |
| $c$       | Schnitthöhe  | $\mu m$    |
| $d$       | Eindringtiefe nach Hertz   | $mm$       |
| $dx$      | Schrittweite der Gitterteilung in Umfangsrichtung                                | $mm$       |
| $dz$      | Schrittweite der Gitterteilung in Breitenrichtung                                | $mm$       |
| $e$       | Absolute Exzentrizität   | $mm$       |
| $f$       | Lagerbelastung   | $kN$       |
| $g$       | Fallbeschleunigung   | $m/s^2$    |

|                   |   |            |
|-------------------|---|------------|
| $h$               | Schmierspalthöhe  | $\mu m$    |
| $h^*$             | Nominelle Schmierspalthöhe                                    | $mm$       |
| $h_{\ddot{A}qui}$ | Äquivalente Schmierspalthöhe                                  | $\mu m$    |
| $h_{korr}$        | Korrekturwert der Schmierspalthöhe im<br>Mischreibungsbereich | $\mu m$    |
| $h_{krit}$        | Kritische Schmierspalthöhe                                    | $\mu m$    |
| $h_{La}$          | Höhe der Formabweichung der Lagerschale                       | $\mu m$    |
| $h_{min}$         | Minimale Schmierspalthöhe                                     | $\mu m$    |
| $h_{\delta}$      | Erweiterte Schmierspalthöhe (Rauheitsamplitude)               | $\mu m$    |
| $l_0$             | Unverformte Ausgangslänge                                     | $mm$       |
| $l_n$             | Messstrecke   | $mm$       |
| $n$               | Wellendrehzahl  | $1/min$    |
| $n_{\ddot{U}}$    | Übergangsdrehzahl   | $1/min$    |
| $p$               | Lagerdruck  | $Pa$       |
| $p_{Rand}$        | Umgebungsdruck  | $Pa$       |
| $p_{cav}$         | Kavitationsdruck  | $Pa$       |
| $\bar{p}$         | Spezifische Lagerbelastung                                    | $Pa$       |
| $r$               | Wellenradius  | $mm$       |
| $s$               | Lagerspiel  | $mm$       |
| $t$               | Dicke der Gleitschicht im Gleitlager                          | $mm$       |
| $u$               | Geschwindigkeitskomponente                                    | $m/s$      |
| $v$               | Geschwindigkeitskomponente                                    | $m/s$      |
| $vf$              | Volumen der gasförmigen Phase                                 |            |
| $vg$              | Volumen der flüssigen Phase                                   |            |
| $w$               | Geschwindigkeitskomponente                                    | $m/s$      |
| $x_{bieg}$        | Winkel für die Definition der Biegeebene<br>der Welle         |            |
| $x_E$             | Verlagerungswinkel der Welle                                  | $^{\circ}$ |
| $x_F$             | Lastwinkel  | $^{\circ}$ |
| $x_{So}$          | Dimensionsloser Lastwinkel                                    |            |

|                 |  |              |
|-----------------|--|--------------|
| $x_{kant}$      | Winkel für die Definition der Verkantungsebene der Welle   |              |
| $\Theta$        | Dichteverhältnis aus der lokalen Dichte zur Bezugsdichte   |              |
| $\phi(z)$       | Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Ordinatenwerte von z |              |
| $\psi$          | Relatives Lagerspiel                                       |              |
| $\alpha_{real}$ | Realer Kontaktflächenanteil                                | %            |
| $\beta$         | Verlagerungswinkel der Welle allgemein                     | °            |
| $\beta_{GT}$    | Rauheitsdichte   |              |
| $\delta$        | Rauheitsamplitude  | $\mu m$      |
| $\eta$          | Dynamische Viskosität                                      | $Pa \cdot s$ |
| $\varepsilon$   | Relative Exzentrizität                                     |              |
| $\eta F$        | Viskosität der Flüssigkeit                                 |              |
| $\eta_{GT}$     | Mittlerer Radius der Rauheitsspitzen                       | $\mu m$      |
| $\eta g$        | Viskosität Flüssigkeits-Gas-Gemisch                        |              |
| $\lambda$       | Schmierfilmdickenfaktor                                    |              |
| $\mu$           | Reibkoeffizient  |              |
| $\nu$           | Kinematische Viskosität                                    | $m/s^2$      |
| $\rho$          | Dichte   | $kg/m^3$     |
| $\rho_{cav}$    | Fluiddichte bei Atmosphärendruck                           | $kg/m^3$     |
| $\rho_{liq}$    | Bezugsdichte   | $kg/m^3$     |
| $\varphi$       | Winkelkoordinate in Umfangsrichtung des Lagers             | °            |



## Verzeichnis der Abkürzungen

| Abkürzung | Bedeutung   |
|-----------|---|
| ALP3T     | Allgemeines Lagerprogram mit 3-dimensionalem Temperaturfluss, Zweiphasenströmung und konvektiven Trägheitskräften |
| CLSM      | Konfokales Laserrastermikroskop (eng. confocal laser scanning microscope)   |
| DIN       | Deutsches Institut für Normung  |
| EHD       | Elastohydrodynamik  |
| EN        | Europäische Norm  |
| FEM       | Finite-Elemente-Methode   |
| FVA       | Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.  |
| HD        | Hydrodynamik  |
| ISO       | International Organisation for Standardization  |
| KMS       | Kontrollmatrix der Mischreibungsberechnung  |
| LED       | Leuchtdiode (eng. light-emitting diode)   |
| MKS       | Mehrkörper-System   |
| R-DGL     | Reynolds'sche Differentialgleichung   |
| SIRIUS    | Stationäre und Instationäre Radialgleitlager - Interaktiv Unterstützte Software                                   |
| TEHD      | Thermoelastohydrodynamik  |
| THD       | Thermohydrodynamik  |

# Inhaltsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| Verzeichnis der Symbole .....  | V  |
| Verzeichnis der Abkürzungen .....  | IX |
| 1 Motivation und Zielstellung.....   | 1  |
| 1.1 Aktuelle Problemstellungen .....                                       | 1  |
| 1.2 Ziel der Arbeit .....  | 2  |
| 2 Hydrodynamisch wirkende Radialgleitlager .....                           | 3  |
| 2.1 Allgemeiner Überblick .....  | 3  |
| 2.1.1 Funktionsweise hydrodynamischer Radialgleitlager .....               | 5  |
| 2.1.2 Reibungszustände im Gleitlager.....                                  | 7  |
| 2.2 Entwicklung der Gleitlagerberechnung.....                              | 9  |
| 2.2.1 Modellansätze der Mischreibungsbetrachtung .....                     | 10 |
| 2.2.1.1 Konzept der rauen, elastohydrodynamischen Schmierung .....         | 11 |
| 2.2.1.2 Konzept der Lastaufteilung.....                                    | 12 |
| 2.2.2 Übersicht aktueller Berechnungssoftware .....                        | 16 |
| 2.2.3 Das Simulationstool SIRIUS.....                                      | 17 |
| 3 Theoretische Grundlagen der Berechnung hydrodynamischer Gleitlager ..... | 19 |
| 3.1 Herleiten der R-DGL für die hydrodynamische Druckberechnung.....       | 19 |
| 3.2 Druckrandbedingungen .....   | 24 |
| 3.3 Berücksichtigung von Kavitationserscheinungen .....                    | 24 |
| 3.3.1 Nichtmasseerhaltende Kavitationsmodelle.....                         | 25 |
| 3.3.2 Masseerhaltende Kavitationsmodelle .....                             | 26 |
| 3.4 Berücksichtigung elastischer Verformung .....                          | 29 |
| 3.5 Lösungsverfahren in SIRIUS .....                                       | 30 |
| 4 Geometrische und statistische Charakterisierung rauer Oberflächen .....  | 32 |
| 4.1 Klassifizierung von Oberflächenunregelmäßigkeiten.....                 | 32 |
| 4.2 Rauheitskenngrößen .....   | 32 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 4.3   | Statistische Beschreibung der Oberflächengestalt .....                 | 34  |
| 4.4   | Konfokale Mikroskopie - Bestimmung der Oberflächenkenngrößen.....      | 38  |
| 5     | Experimentelle Bestimmung statistischer Oberflächeneigenschaften ..... | 40  |
| 5.1   | Übersicht der verwendeten Probekörper .....                            | 40  |
| 5.1.1 | Beschichtungsproben auf Stahlstützkörpern .....                        | 40  |
| 5.1.2 | Silikonabdrücke abgeformter Gleitoberflächen.....                      | 41  |
| 5.2   | Ergebnisse der statistischen Kennwertbildung .....                     | 43  |
| 5.3   | Aufbereitung der Messdaten für das System SIRIUS.....                  | 46  |
| 5.4   | Auswahl repräsentativer Oberflächenproben .....                        | 47  |
| 6     | Mischreibung aufgrund statistischer Oberflächenkenngrößen .....        | 49  |
| 6.1   | Beschreibung des theoretischen Mischreibungsmodelles .....             | 50  |
| 6.1.1 | Charakterisierung und Definition der Oberflächentopografie.....        | 51  |
| 6.1.2 | Lokalisierung der Mischreibungsgebiete .....                           | 53  |
| 6.1.3 | Berechnung des Flüssigkeitstragdruckes .....                           | 53  |
| 6.1.4 | Berechnung des Festkörpertraganteils.....                              | 60  |
| 6.1.5 | Quantifizierung der Reibung.....                                       | 63  |
| 6.2   | Modellbeispiel endlich breiter, ebener Schmierspalt .....              | 64  |
| 6.3   | Implementierung in das System SIRIUS .....                             | 68  |
| 7     | Berechnungsbeispiel und Modelldiskussion.....                          | 73  |
| 7.1   | Definition des Berechnungsbeispiels.....                               | 73  |
| 7.2   | Ergebnisse der glatten, hydrodynamischen Berechnung .....              | 74  |
| 7.3   | Diskussion der Ergebnisse der Mischreibungsberechnung.....             | 75  |
| 7.3.1 | Aufbereitung der ermittelten Oberflächenmessdaten .....                | 77  |
| 7.3.2 | Betrachtung der Ergebnisse der hydrodynamischen Tragdruckkorrektur...  | 79  |
| 7.3.3 | Diskussion der Festkörpertragdruckberechnung und deren Ergebnisse .... | 84  |
| 8     | Zusammenfassung und Ausblick .....                                     | 98  |
|       | Verzeichnis der Abbildungen und Tabellen .....                         | 101 |
|       | Literatur .....  | 105 |

# 1 Motivation und Zielstellung

## 1.1 Aktuelle Problemstellungen

Bei relativ zueinander bewegten Maschinenteilen erfolgt der Einsatz geschmierter Kontakte zur Minimierung der Reibungsverluste und des auftretenden Verschleißes aufgrund von Festkörperkontakten. In hydrodynamisch wirkenden Gleitlagern kann beispielsweise durch die vollständige Trennung der Reibpartner mithilfe des Schmierfilms eine theoretisch unendliche Lebensdauer erreicht werden. Bei dem Betrieb in diesem Bereich der Flüssigkeitsreibung treten die Reibungsverluste lediglich durch die Scherkräfte innerhalb des Fluid auf. Festkörperkontakte und damit der Verschleiß der Gleitoberflächen sind ausgeschlossen. Dieser Bereich kann sehr gut durch die theoretischen Ansätze der Hydrodynamik beschrieben werden.

Wird die hydrodynamische Tragfähigkeit beispielsweise durch die Reduktion der Drehzahl verringert oder die Lagerbelastung erhöht, kann ggf. die vollständige Trennung der Gleitpartner nicht mehr gewährleistet werden und es bilden sich Mischreibungsbereiche. Dieser Zustand tritt im hydrodynamischen Gleitlager auf, wenn die minimale Schmierpalthöhe  $h_{min}$  eine kritische Schmierpalthöhe  $h_{krit}$  unterschreitet. Die Tragwirkung des Schmierfilms ist für die äußere Belastung nicht mehr ausreichend. Vereinzelt durchbrechen Rauheitsspitzen den Schmierfilm und tragen die zur äußeren Belastung entstehende Differenz. Somit sei Mischreibung hier definiert als das gleichzeitige Auftreten von Festkörperreibung und Flüssigkeitsreibung. Mischreibungsbereiche resultieren zum einen aus An- und Abfahrvorgängen aber auch zunehmend aus den steigenden Anforderungen in zahlreichen technischen Anwendungen, z. B. die Leistungsdichteerhöhung in Motoren oder der konsequentere Einsatz von Leichtbauprinzipien, um nur einige zu nennen. Die Mischreibungsvorgänge müssen für eine gezielte Auslegung und Optimierung berücksichtigt werden. Allerdings verliert die reine Hydrodynamik aufgrund ihrer Randbedingungen in diesem Bereich ihre Gültigkeit. Die komplexen physikalischen Vorgänge in dem Schmierpalt werden nun maßgeblich durch die Feingestalt der technischen Oberflächen des Systems bestimmt. Deren Betrachtung, vor allem für dynamische Systeme, erfordert dabei immer feiner aufgelöste Modelle. Mit der Zunahme der verfügbaren Rechenkapazität in den letzten Jahren wurden dabei auch enorme Fortschritte erzielt. Die immer komplexer werdenden Modelle lasten aber auch die aktuell verfügbare Rechenkapazität

aus. Neben den Schmierstoffeigenschaften ist der treibende Faktor dabei die Abbildegenauigkeit der dreidimensionalen Oberflächenstrukturen. Bei der hoch aufgelösten Betrachtung der Schmierpaltinteraktion können sehr schnell zeitkritische Zustände erreicht werden. Deshalb wird sehr häufig auf die Bildung tribologischer Kennwerte für die Charakterisierung der Oberfläche zurückgegriffen. Diese werden als Kennfelder in die Simulation einbezogen und so der Berechnungsaufwand minimiert. Dafür werden allerdings zusätzliche rechenintensive Module benötigt.

### **1.2 Ziel der Arbeit**

Als wesentliches Ziel der vorliegenden Arbeit soll die Möglichkeit geschaffen werden, ausgehend von experimentell ermittelten statistischen Oberflächenkenngrößen, Mischreibungsbetrachtungen bei der Simulation vollumschlossener hydrodynamischer Radialgleitlager durchzuführen. Es soll überprüft werden, ob die statistische Kennwertbildung für die Berechnung ausreichend ist und somit auf zusätzliche rechenintensive Module für die Bildung tribologischer Kennwerte verzichtet werden kann. Ausgangspunkt dabei ist der Mischreibungsansatz von VOGELPOHL, nach dem sich die Gesamttragfähigkeit im Mischreibungsbereich aus den Komponenten des Festkörpertragdruckes und des hydrodynamischen Flüssigkeitstragdruckes zusammensetzt. Die Ermittlung der hydrodynamischen Komponente erfolgt dabei mit den bekannten Ansätzen der hydrodynamischen Schmiertheorie nach Reynolds oder mit einem erweiterten Ansatz, welcher die Berücksichtigung auftretender Kavitationerscheinungen ermöglicht. Dafür kann das lehrstuhleigene elastohydrodynamische Simulationstool SIRIUS eingesetzt werden. Es ist zu untersuchen, welche flächenhaften statistischen Werte für die Definition der Oberfläche bei der Mischreibungsbetrachtung geeignet sind. Die Ermittlung der notwendigen Kennwerte erfolgt anschließend mit hochauflösenden optischen Oberflächenmessverfahren. Über eine geeignete Schnittstelle sind die aufbereiteten Daten dann in die Simulation einzubeziehen. Des Weiteren muss ein Modellansatz entwickelt werden, der ebenfalls den Einfluss der Oberfläche auf die hydrodynamischen Vorgänge im Schmierpalt abbilden kann. Für die Betrachtung des Festkörpertragdruckes muss ein zusätzliches Kontaktmodell geschaffen und implementiert werden, welches die Oberfläche über die flächenhaften statistischen Kennwerte berücksichtigt.

## 2 Hydrodynamisch wirkende Radialgleitlager

Das nachfolgende Kapitel beschäftigt sich mit den Grundlagen der hydrodynamisch wirkenden Gleitlager. Es erfolgt ein allgemeiner Überblick über den Bereich der flüssigkeitsgeschmierten Gleitlager sowie eine Eingrenzung auf die für diese Arbeit relevante Lagerform. Anschließend werden die theoretischen Grundlagen der Gleitlagerberechnung dargestellt und erläutert.

### 2.1 Allgemeiner Überblick

Durch die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten flüssigkeitsgeschmierter Gleitlager ist im Laufe der Zeit eine Vielzahl verschiedener Bauformen entstanden (Abb. 2.1).

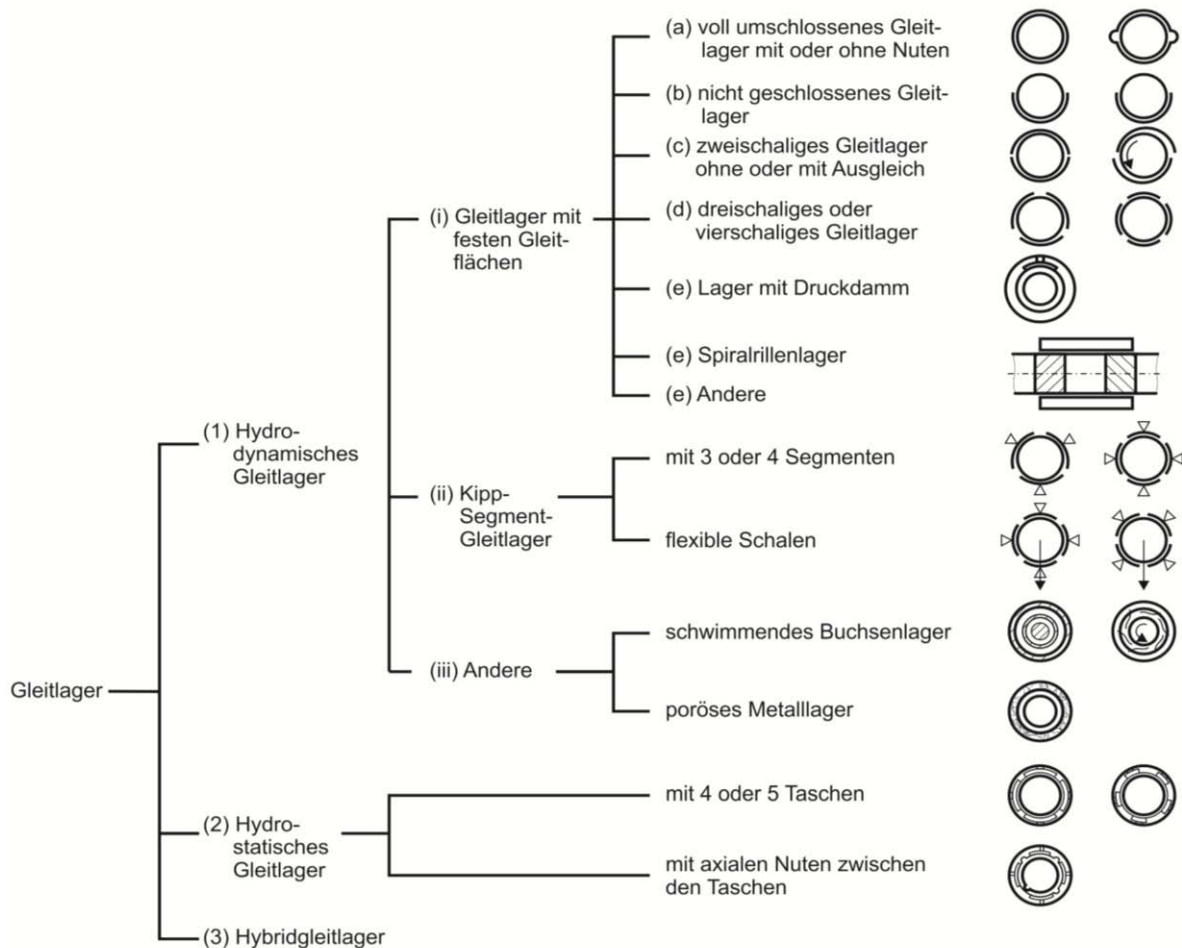


Abb. 2.1 Übersicht flüssigkeitsgeschmierter Gleitlager [1]

Ausgehend von der physikalischen Wirkungsweise lassen sich drei Hauptkategorien unterscheiden:

- hydrodynamisch wirkende Gleitlager
- hydrostatisch wirkende Gleitlager
- Hybridlager (kombinierte hydrodynamische und -statische Wirkungsweise).

Die Wirkungsweise hydrostatischer Gleitlager beruht auf der vollständigen Trennung der beiden Gleitpartner durch einen extern erzeugten Tragdruck. Die viel komplexere Gruppe der Gleitlager bilden die hydrodynamischen Gleitlager. Bei ihnen erfolgt im Betrieb ein selbsttätiger Tragdruckaufbau durch den physikalischen Effekt der Schmierkeilwirkung. Eine genaue Erläuterung erfolgt im nächsten Abschnitt 2.1.1. Die Hybridlager kombinieren den selbsttätigen Druckaufbau im Schmierpalt während des Betriebes, mit einem externen Tragdruck zur Unterstützung von An- und Abfahrvorgängen.

Grundlage für die Berechnung der Gleitlager aller drei Kategorien ist die Reynolds'sche Differentialgleichung (siehe 3.1). Für die Auslegung und Berechnung von stationär belasteten, hydrostatischen Gleitlagern gibt es dabei genormte Berechnungsmethoden (siehe DIN 31655 und DIN 31656). Diese basieren auf einem Näherungsverfahren, welches unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen aus der R-DGL abgeleitet wurde und genaue Ergebnisse liefert. [2] Die so erfolgte Auslegung der hydrostatischen Radialgleitlager beruht auf der Annahme einer vollständigen Trennung der beiden Gleitpartner durch eine externe Schmierstoffversorgung. Durch die vollständige Trennung der Gleitpartner sind Mischreibungsvorgänge ausgeschlossen.

Die Auslegung von hydrodynamischen Gleitlagern hingegen ist viel komplexer und "erfolgt grundsätzlich mit den hydrodynamischen Kenngrößen aus der numerischen Lösung der Reynolds'schen Differentialgleichung." [3]<sup>1</sup> Die DIN 31652-1 definiert die dafür geltenden Randbedingungen und liefert dimensionslose Ähnlichkeitskenngrößen (DIN 31652-2) für die Auslegung der hydrodynamischen Radialgleitlager. Des Weiteren wird ein iteratives Vorgehen für die Gleitlagerberechnung vorgeschlagen.

---

<sup>1</sup>in [9] Seite 5

Aber auch hier in der DIN 3165 erfolgt die betriebssichere Auslegung der hydrodynamischen Gleitlager unter dem Gesichtspunkt einer vollständigen Trennung der Gleitflächen an Welle und Lagerschale durch einen Schmierfilm. Für die Auslegungen können entweder die ermittelten Ähnlichkeitskenngößen genutzt oder die hydrodynamischen Kenngößen direkt ermittelt werden. Dafür existieren eine Reihe verschiedener Rechenprogramme (siehe Abschnitt 2.2.2).

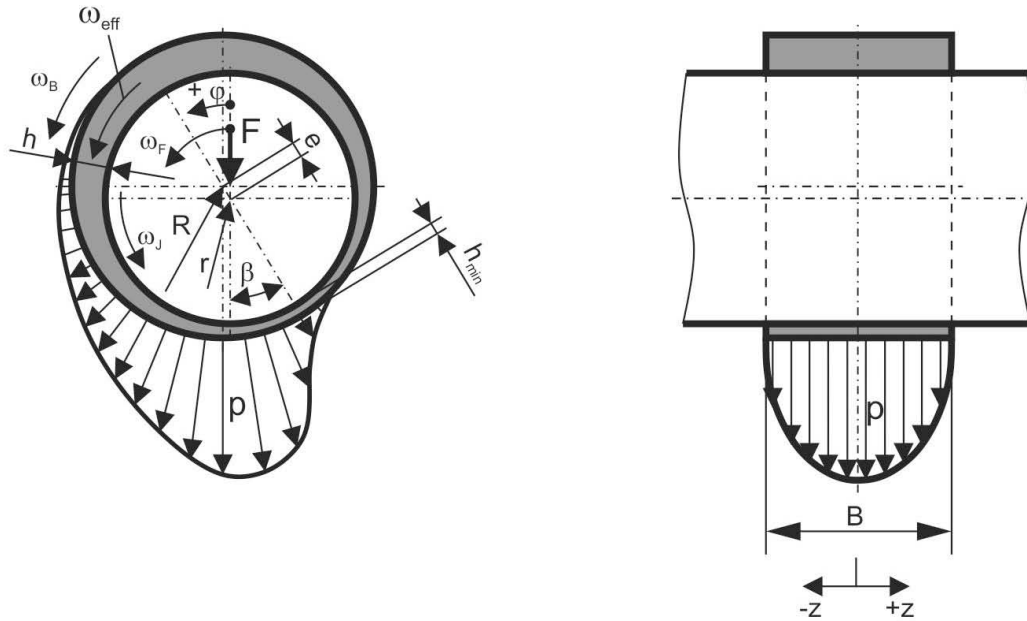
Große zeitliche und rechenkapazitive Herausforderungen stellen die nicht idealen Betriebszustände, beispielsweise bei An- und Abfahrvorgängen, dar. Durch die hier auftretenden Festkörperkontakte entstehen partielle Mischreibungsgebiete, in denen die Modellansätze der reinen Hydrodynamik ungültig sind, sodass viele der Simulationsmethoden an ihre Grenzen stoßen. Genau dieser Bereich der partiellen Mischreibungsgebiete wird in dieser Arbeit untersucht. Dabei wird der komplexe Bereich der hydrodynamischen Gleitlager, in Anlehnung an die Abbildung (Abb. 2.1), für die vorliegende Betrachtung auf ein voll umschlossenes hydrodynamisches Radialgleitlager mit fester Gleitfläche (1ia in Abb. 2.1 ) reduziert.

### 2.1.1 Funktionsweise hydrodynamischer Radialgleitlager

In dem zu betrachtenden hydrodynamischen Radialgleitlager rotiert eine Welle in einer geschlossenen Lagerschale. In der Grafik (Abb. 2.2) ist exemplarisch der Druckverlauf als Schnitt durch die Mittelebene eines hydrodynamischen Gleitlagers dargestellt.  $F$  stellt die äußere Belastung,  $\varphi$  die Winkelkoordinate in Umfangsrichtung und  $z$  die Koordinate in Lagerbreite dar.

Durch die Scherspannung infolge der Rotationsbewegung der Welle bildet sich eine Schleppströmung aus und das Schmiermittel wird in den konvergierenden Schmier-spalt gedrückt. Ist die Relativgeschwindigkeit  $\omega_{eff}$  groß genug, erfolgt der selbsttätige Aufbau eines tragenden Schmierfilmdruckes  $p$  in der Belastungszone. Die Welle wird angehoben, der Wellenmittelpunkt verlagert sich in Richtung des Lagerschalen-zentrums und beide Wirkflächen sind vollständig voneinander getrennt. Dieser physikalische Effekt des Schmierkeils wurde erstmals in den achtziger Jahren des neunzehnten Jahrhunderts durch den Engländer B. Tower experimentell nachgewiesen. [4] Der hydrodynamische Tragdruckaufbau wird durch die Reynolds'sche Differentialgleichung (siehe Kapitel 3.1) beschrieben.





**Abb. 2.2 Druckverlauf in der Mittelebene eines hydrodynamischen Gleitlagers**

Durch die Rotationsbewegung erfährt der Wellenmittelpunkt gegenüber dem Zentrum der Lagerschale eine seitliche Verlagerung, welche durch den Verlagerungswinkel  $\beta$  abgebildet wird. Der Abstand zwischen beiden Mittelpunkten ist die absolute Exzentrizität  $e$ . Hier gelten folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} \omega = 0 \text{ dann } \beta = 0 \text{ und } e &= \frac{s}{2} \\ \omega > 0 \text{ dann } \beta > 0 \text{ und } e &< \frac{s}{2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Wird die absolute Exzentrizität auf die Differenz der Radien von Bohrung  $R$  und Welle  $r$  bezogen, ergibt sich die relative Exzentrizität  $\varepsilon$ , welche üblicherweise für die Kennzeichnung der Wellenlage verwendet wird.

$$\varepsilon = \frac{s}{R - r} \quad (2.2)$$

Mit dem absoluten Lagerspiel  $s$  bzw. dem relativen Lagerspiel  $\psi$  lässt sich die minimale Schmierpalthöhe  $h_{min}$  ermitteln.

$$\begin{aligned} h_{min} &= \frac{s}{2} (1 - \varepsilon) \text{ wobei } s = 2 (R - r) \\ h_{min} &= \psi R (1 - \varepsilon) \text{ wobei } \psi = \frac{R - r}{R} \end{aligned} \quad (2.3)$$

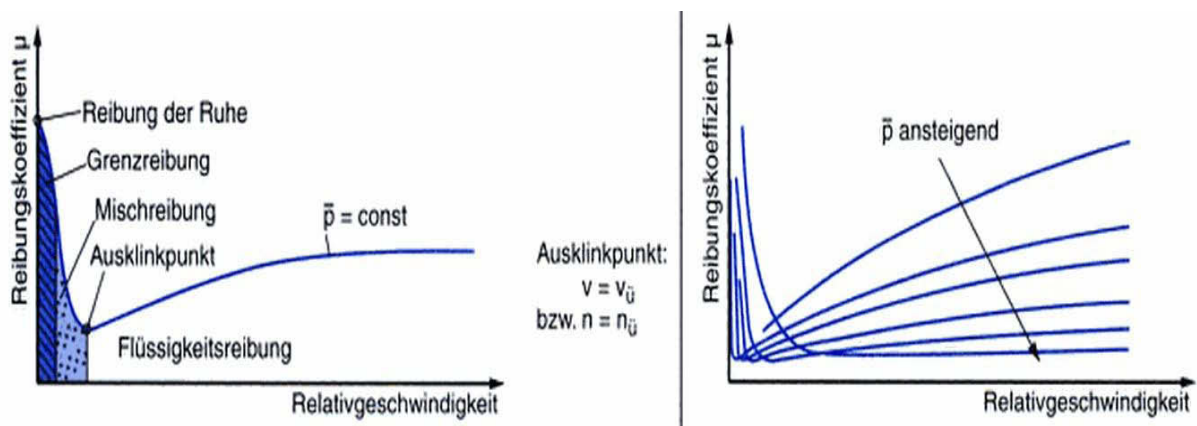
Das Lagerspiel liegt dabei in der Größenordnung einiger  $10 \mu m$  (etwa bei 1/1000 des Wellendurchmessers) und die minimale Schmierpalthöhe bei wenigen  $\mu m$ .

### 2.1.2 Reibungszustände im Gleitlager

Reibung ist definiert als Wechselwirkung zwischen sich berührenden Stoffbereichen von Körpern, welche einer Relativbewegung entgegen wirkt [5]. Sie wird durch die Kontaktgeometrie, die Flächenpressung, der Werkstoffpaarung, dem Schmiermittel und den Rauheitsgrößen beeinflusst. Differenziert man die Betrachtungstiefe, lassen sich das Mikromodell und das Makromodell sowie das Nanomodell unterscheiden [6]. Als Makromodell wird die integrierende Messwerterfassung der Reibung in Form des integralen Reibwertes eines Körpers verstanden. Das Makromodell lässt sich mit Hilfe des empirischen Coulomb'schen Reibungsgesetzes wiedergeben. Das Coulomb'sche Gesetzes ( 2.4 ) definiert die Reibkraft  $F_R$  direkt proportional zur auf den Kontakt wirkenden Normalkraft  $F_N$ . Der Proportionalitätsfaktor wird als Reibungskoeffizient  $\mu$  bezeichnet.

$$F_R = \mu * F_N \quad (2.4)$$

Nach Art der Bewegung der Reibpartner werden folgende Reibungsarten unterschieden: Gleitreibung, Rollreibung, Wälzreibung, Bohrreibung und Stoßreibung sowie diverse Mischformen. Bei der im hydrodynamisch wirkenden Gleitlager auftretenden Reibung handelt es sich um Gleitreibung. Die in einem Gleitlager herrschenden Reibungszustände wurden zu Beginn des 20. Jahrhunderts von STRIBECK [7] versuchs-technisch ermittelt und können in einem nach ihm benannten Schaubild, der "Stribeck-Kurve" (Abb. 2.3) zusammengefasst werden.



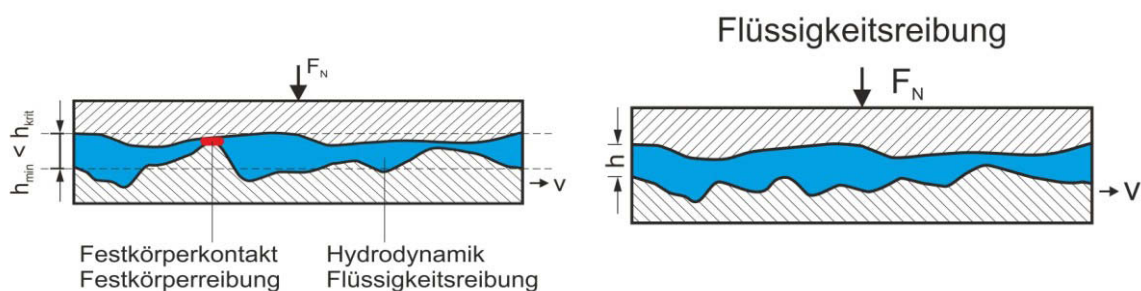
**Abb. 2.3 Verlauf der Stribeck-Kurve (I) Abhängigkeit von der spezifischen Lagerbelastung ( $\bar{p}$ ) [8]**

Dargestellt ist zum einen der Reibungskoeffizient  $\mu$  in Abhängigkeit von der Relativedrehzahl  $n$  zwischen Welle und Lagerschale bei konstanter spezifischer Lagerbelastung  $\bar{p}$  und zum anderen die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der spezifischen Lagerbelastung.

Aus dem Schaubild gehen folgende drei Reibungszustände hervor:

- Grenzreibung
- Mischreibung
- Flüssigkeitsreibung

Im Zustand der Trockenreibung oder Festkörperreibung gleiten reine, ungeschmierte und trockene Festkörper aufeinander. Bei  $n = 0$  ist der Reibungskoeffizient am größten und wird auch als Haftreibungskoeffizient bezeichnet. Nach DIN ISO 4378-2 erfolgt aktuell aber keine Unterscheidung zwischen Trocken- und Grenzreibung. Das Gebiet der Grenzreibung liegt bei niedrigen Drehzahlen und besitzt hohe Reibkoeffizienten. Grenzreibung, ist ebenfalls Festkörperreibung, zeichnet sich aber dadurch aus, dass eine Schmierung durch einen dünnen Gas- oder Flüssigkeitsfilm erfolgt. Die Oberflächen sind nicht ganz sauber und nicht ganz trocken. Des Weiteren kann der Einfluss des Staudruckes eventuell vorhandener Schmiermittel, hinsichtlich der Tragfähigkeit vernachlässigt werden [9]<sup>2</sup>. Daran schließt sich das Gebiet der Mischreibung an. Es ist gekennzeichnet durch größere Drehzahlen und kleinere Reibkoeffizienten. Im Bereich der Mischreibung liegen die beiden Reibungszustände Grenzreibung und Flüssigkeitsreibung vor [10]. Im hydrodynamischen Gleitlager tritt dieser Zustand auf, wenn die minimale Schmierspalthöhe  $h_{min}$  eine kritische Schmierspalthöhe  $h_{krit}$  unterschreitet. Es gibt keinen vollständig zusammenhängenden Schmierfilm und dessen Tragwirkung ist für die äußere Belastung nicht mehr ausreichend. Vereinzelt durchbrechen Rauheitsspitzen diesen und tragen die zur äußeren Belastung entstandene Differenz.



**Abb. 2.4 Darstellung des Schmierspaltes bei Mischreibung (l) und Flüssigkeitsreibung (r)**

Die auf die Reibpaare wirkende Kraft  $F_N$  wird von den hydrodynamischen Staudrücken  $N_{Hydr}$  und durch Berührung der Reibflächen  $N_{Grenz}$  aufgenommen ( 2.5 ).

<sup>2</sup> S. 14

$$F_{NMisch} = N_{hydr} + N_{Grenz}$$

( 2.5 )

Ab dem Ausklinkpunkt, der annähernd mit dem Reibungsminimum zusammenfällt, beginnt der Bereich der Flüssigkeitsreibung, bei der die Oberflächen vollständig durch den Schmierfilm voneinander getrennt sind. Mit zunehmender Drehzahl steigt der Reibkoeffizient wieder etwas an. Der Bereich der Flüssigkeitsreibung zeichnet sich durch einen theoretischen verschleißfreien Betrieb und somit einer theoretisch unendlichen Lebensdauer aus.

### 2.2 Entwicklung der Gleitlagerberechnung

Die Thematik der Gleitlagerforschung findet nicht nur an der Universität Rostock seit geraumer Zeit Beachtung. Seit dem 19. Jahrhundert, mit der Entwicklung der Schmiertheorie (PETROFF [11], REYNOLDS [12], SOMMERFELD [13]) wurden verschiedene Ansätze entwickelt, mit denen versucht wird, die komplexen physikalischen Vorgänge in Gleitlagern zu beschreiben. Mit Anstieg der verfügbaren Rechenleistung rücken die Möglichkeiten der numerischen Simulation immer weiter in den Blickpunkt. Mit ihnen ist es möglich, die Anzahl der experimentellen Versuche zu reduzieren und so Zeit und Kosten zu sparen. Dafür werden verschiedene Idealisierungen vorgenommen, um die Berechnung auf die beschreibbaren und erforderlichen physikalischen Vorgänge im Lager zu reduzieren. In Abhängigkeit vom Grad der Idealisierung können die interdisziplinären Ansätze der Hydrodynamik in der internationalen Gleitlagerforschung in vier Bereiche unterteilt werden (Abb. 2.5).

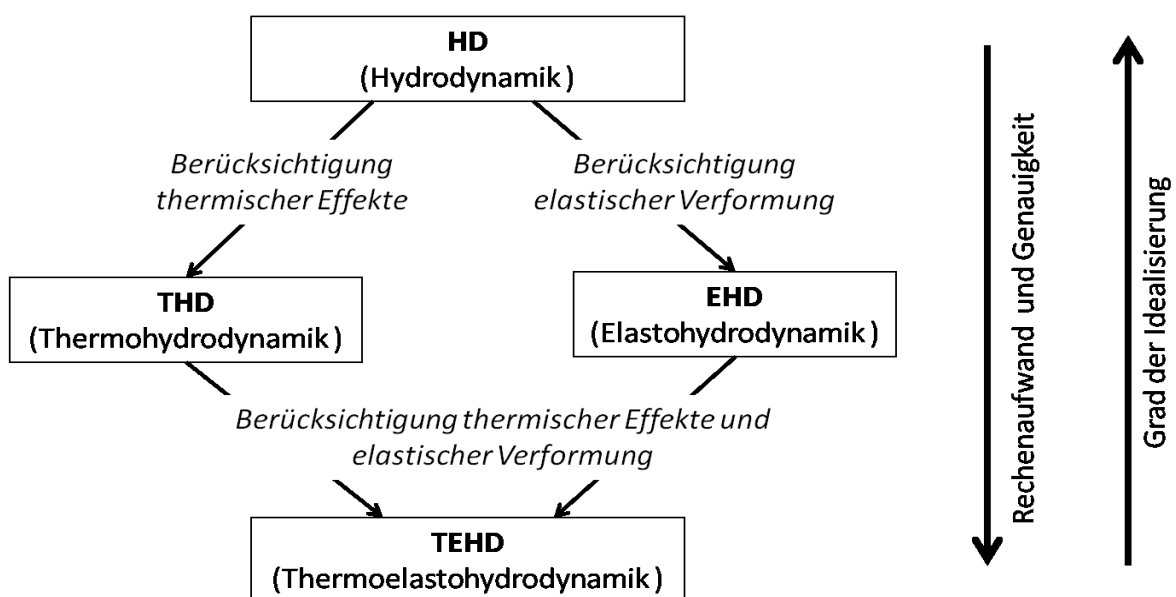


Abb. 2.5 Bereiche der Gleitlagerberechnung (in Anlehnung an [14])

Bei der reinen Hydrodynamik (HD) ist der Grad der Idealisierung durch die Nichtberücksichtigung vieler Einflüsse am höchsten. Die Lösung der R-DGL liefert den Druckverlauf unter Annahme eines starren Lagers und einer konstanten dynamischen Viskosität des Schmiermittels. Die Thermohydrodynamik (THD) hingegen berücksichtigt die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität des Schmiermittels und berechnet die genaue Temperaturverteilung im Schmierspalt. Aufgrund der Druckverteilung im Lager kommt es zu elastischen Verformungen der Lagerschale und der Welle. Diese Formveränderungen beeinflussen wiederum den Druckverlauf und können in der Elastohydrodynamik (EHD) berücksichtigt werden. Stand der Technik ist hier das sogenannte quasi-statische EHD-Verfahren [15]. Hierbei wird die Strukturelastizität mittels Finiten Elemente über eine Druck-Einflussmatrix berücksichtigt. Zur Berücksichtigung von strukturdynamischen Effekten gibt es des Weiteren das voll-dynamische EHD-Berechnungsverfahren [16]. Mithilfe eines Mehrkörperdynamik-Moduls (MKS-Modul) werden parallel zueinander die Starrkörperbeschleunigungen berechnet und auftretende Trägheitskräfte berücksichtigt. Den geringsten Grad der Idealisierung hat die Thermoelastohydrodynamik (TEHD). Hier werden gleichzeitig die Verformung infolge von Druck und Temperatur sowie die Temperatur- und Druckabhängigkeit der dynamischen Viskosität berücksichtigt. Die Berechnung erfolgt mit gekoppelten FEM- und MKS-Modulen. Hier kann die größte Ergebnisgenauigkeit erreicht werden allerdings nur mit enormem Rechenaufwand. Für instationäre Simulationen werden zeitkritische Zustände erreicht. Die vorgestellten Teilbereiche bilden die Grundlage der Berechnung von hydrodynamisch wirkenden Gleitlagern. Aufgrund der Annahmen und Idealisierung der HD sind diese nur für die Berechnung im Betriebsbereich der Flüssigkeitsreibung anwendbar.

### 2.2.1 Modellansätze der Mischreibungsbetrachtung

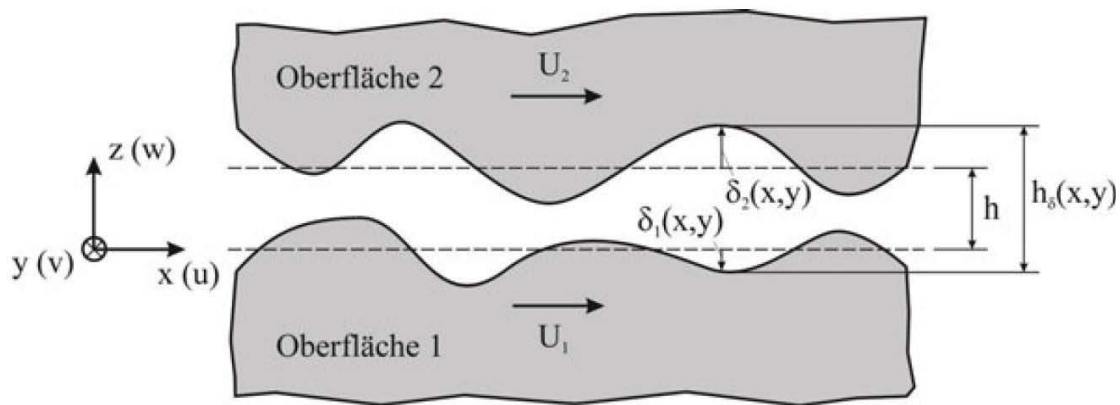
Für den Betriebszustand der Mischreibung sind somit gesonderte Berechnungsmodelle notwendig. In diesem Abschnitt werden, die verschiedenen in der Literatur beschriebenen theoretischen Ansätze für die Berücksichtigung von Mischreibungsgebieten vorgestellt, welche den Stand der Technik abbilden. Die Literatur beschreibt grundsätzlich zwei verschiedene Vorgehensweisen um die mikrohydrodynamischen Einflüsse bei der Berechnung zu berücksichtigen. Zum einen gibt es Konzepte, basierend auf der Theorie der *rauen, elastohydrodynamischen Schmierung* (EHD - Schmierung) und zum anderen, Konzepte, die auf der *Lastaufteilung zwischen Festkörperkontaktdruck und Flüssigkeitstragdruck* beruhen.

### 2.2.1.1 Konzept der rauen, elastohydrodynamischen Schmierung

Bei der rauen EHD-Schmierung werden die Gleichungen für den Schmierfilm (R-DGL), aber auch die Gleichungen für den Kontakt der rauen Oberfläche, numerisch gelöst. In der Schmierfilmberechnung erfolgt die direkte Kopplung von Mikro- und Makrohydrodynamik über die Erweiterung der Spalthöhenfunktion  $h_\delta(x, y)$  der glatten Oberfläche ( 2.6 ).

$$h_\delta(x, y) = h + \delta_1(x, y) + \delta_2(x, y) \quad (2.6)$$

Die nominelle Spalthöhe  $h$  der glatten Oberflächen wird mit den lokalen Rauheitsamplituden überlagert, sodass diese dem Abstand der Mittellinien der Rauheitsprofile, bzw. der Spaltweite der glatten Formulierung der R-DGL entspricht (Abb. 2.6).  $\delta_1$  und  $\delta_2$  entsprechen dabei den Rauheitsamplituden beider Oberflächen und werden jeweils auf den entsprechenden arithmetischen Mittelwert bezogen.



**Abb. 2.6 Spalthöhendefinition bei starrer, rauer Oberfläche (in Anlehnung an [15])**

Bei diesem Ansatz wurden einige Fortschritte gemacht und verschiedene Modelle entwickelt. Erste isotherme Berechnung mit synthetischen Rauheiten erfolgten beispielsweise durch CHANG [17], für gemessene Rauheiten durch JIANG ET AL. [18], HU und ZHU [19] oder REDLICH [20]. Berechnungen für nicht-isotherme Zustände (TEHD) und mit realen Rauheiten erfolgten beispielsweise durch CHANG und FARNUM [21], SCHOLZ [22], REN und ZHU ET AL. [23] oder BOBACH [24]. Dennoch hat der Einsatz von numerischen Methoden einige Nachteile, welche bis jetzt noch nicht gelöst werden konnten [25]. Dies sind vor allem die auftretenden Konvergenzprobleme im Bereich der extrem dünnen Schmierfilme sowie die starke Netzabhängigkeit [26] [27] [28]. Die raue EHD wird vor allem für die Berechnung konzentrierter Punktkontakte eingesetzt.

Aufgrund der enormen benötigten Rechenleistung ist die direkte Kopplung der Rauheitsamplituden für großflächige Kontakte, wie sie in den hydrodynamisch geschmierten Radialgleitlagern vorkommen, nicht geeignet. Bereits für ein kleines Gleitlager mit einem Durchmesser von  $d = 20 \text{ mm}$  und einer Breite von  $b = 15 \text{ mm}$  wären bei einer Auflösung von  $1 \mu\text{m}$  etwa 950 Millionen Elemente erforderlich. Dies überschreitet die Möglichkeiten der aktuell verfügbaren Rechentechnik, sodass bei der weiteren Betrachtung die direkte Kopplung der Rauheiten über die raue EHD als Lösungsansatz für das in dieser Arbeit betrachtete Mischreibungsmodell ausgeschlossen wird. Eine Begrenzung des Auswertungsbereiches der Gesamtoberfläche für die Mischreibungsdefinition erscheint als sinnvoll.

### 2.2.1.2 Konzept der Lastaufteilung

Im Gegensatz dazu beruht der Ansatz der Lastaufteilung auf relativ einfachen Wirkungsweisen, weshalb sich dieses Konzept durch seine Stabilität und Robustheit auszeichnet. Ein erster Ansatz wurde 1971 von JOHNSON und GREENWOOD [29] veröffentlicht. Sie kombinieren dabei zwei Modelle, um die Betrachtung der Vorgänge zu vereinfachen. Es gibt ein trockenes Rauheitskontaktmodell für die Ermittlung des Festkörperkontaktdruckes und der Flüssigkeitstragdruck wird durch einen EHD-Ansatz mit glatten Oberflächen ermittelt. Die Zusammenführung der Ergebnisse erfolgt dann über die Proportionalität der Lastaufteilung beider Vorgänge [30].

### Berechnungen des Flüssigkeitstragdruckes

Die Berücksichtigung der Oberflächenrauheiten erfolgt über die indirekte Kopplung der Mikro- und der Makrohydrodynamik durch Korrekturfaktoren. Nach dem 1978 von PATIR und CHENG vorgestellten Verfahren werden diese Korrekturfaktoren auch als Flussfaktoren bezeichnet [31]. Sie bilanzierten den Volumenstrom zwischen zwei rauen Teilausschnitten der Oberfläche richtungsabhängig, bei definierter mittlerer Höhe  $h$  und speziellen Druckrandbedingungen. Der Unterschied zwischen den Volumenströmen bei glatten und rauen Teilausschnitten wird als Flussfaktor bezeichnet und fließt spalthöhenabhängig in die Reynolds'sche Differentialgleichung mit ein. Dieses Verfahren wurde von ELROD [32] und TRIPP [33] aufgegriffen, welche unter Ausnutzung statistischer Oberflächenkenngrößen analytische Lösungen für die Flussfaktoren erarbeiteten. Sie konnten allerdings keine Festkörperkontakte berücksichtigen und ihre Ergebnisse zeigten deutliche Abweichungen gegenüber den von PATIR und CHENG ermittelten Werten. RIENÄCKER [34] untersuchte diesen Konflikt am

Beispiel stochastisch modellierter Oberflächen und konnte in der Konsequenz die Ergebnisse von PATIR und CHENG bestätigen. Zu dem erweiterte er die Theorie um ein Kontaktdruckmodell, welches auf den Annahmen von GREENWOOD und TRIPP [35] beruhte. Damit war er in der Lage neben den Flussfaktoren auch lokale Festkörperkontaktdrucke spalthöhenabhängig zu ermitteln. Durch seine FEM-Formulierung war er ebenfalls in der Lage, die Bereiche der Festkörperkontakte aus der Flusssimulation heraus zu lösen. Im Verfahren nach PATIR und CHENG erfolgte die Berücksichtigung der lokalen Kontakte durch das Setzen sehr kleiner Spalthöhenwerte an den Kontaktstellen der Rauheitsspitzen. Dieses Modell wurde von LAGEMANN [36] um ein elastisch-plastisches Kontaktmodell erweitert. Es beruht auf der sogenannten Halbraumtheorie und berechnet die Flussfaktoren sowie die Spaltaufweitung aufgrund der elastischen Rückwirkung der Festkörperkontakte. ILLNER ET AL. [37] ergänzt dieses Modell um die elastische Verformungskomponente, welche aus dem hydrodynamischen Druckaufbau resultiert. Aufgrund der Berücksichtigung der lokalen Spaltaufweitung können zusätzlich Mikro Kavitationseffekte auftreten. Illner berücksichtigte diese mithilfe des masseerhaltenden Kaviationsmodells (siehe Abschnitt 3.3.2) nach JACOBSON, FLOHBERG und OLSEN [38] (JFO-Theorie).

### Berechnung des Festkörperkontaktdruckes

Für die Berechnung des Festkörperkontaktdruckes gibt es verschiedene Ansätze, welche sich in ihrem jeweiligen Grad der Idealisierung und ihrer Genauigkeit unterscheiden. Den höchsten Grad der Idealisierung haben dabei die Modelle, welche die Rauheiten durch regelmäßige Geometrie, wie beispielsweise Kugeln (ARCHARD [39]) oder Ellipsen, mit statistischer Variation der Größe annähern.

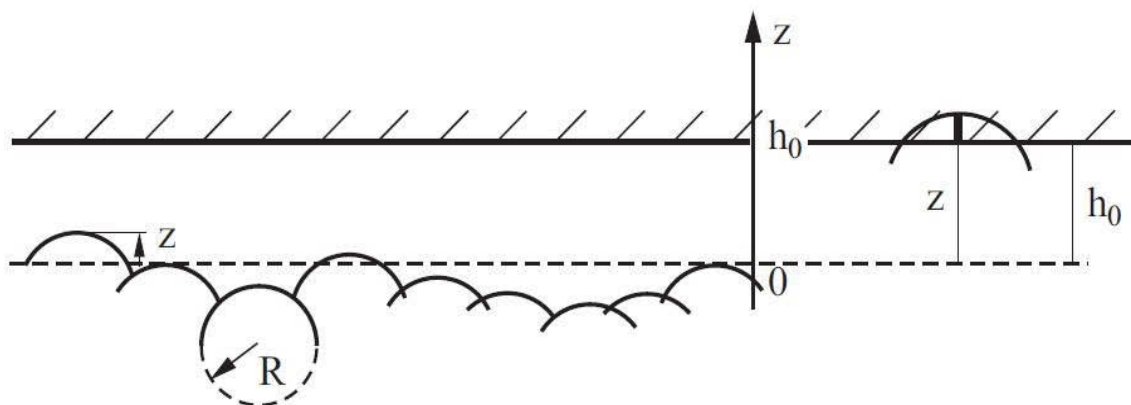


Abb. 2.7 Kugelkappenoberfläche nach GREENWOOD und WILLIAMSON [41]



Bei der Modellvorstellung nach GREENWOOD und WILLAMSON [29] [40] wird die Oberfläche durch Kugelkappen mit gleichem Krümmungsradius  $R$  und statistisch um eine Mittelebene verteilten Höhen  $z$  angenähert (Abb. 2.7).

Für die Beschreibung der Oberfläche sind somit wenige Größen ausreichend. Sie lässt sich mit 3 Parametern beschreiben, der Rauheitsdichte  $\beta_{GT}$ , der mittlere Radius der Rauheitsspitze  $\eta_{GT}$  und der Standardabweichung der Rauheitshöhe. Dieses Modell beschreibt Oberflächen, bei denen die Rauheitsamplituden der Gauss-Verteilung folgen. Mithilfe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\phi(z)$  der Normalverteilung der Rauheitshöhe  $z$  ( 2.7 ) lassen sich so spalthöhenabhängig die Anzahl der Kontakte  $N_0\phi(z)dz$  ermitteln.  $l$  ist dabei der quadratische Mittelwert der Höhenverteilung.

$$\phi(z) = \left( \frac{1}{2\pi l^2} \right)^{1/2} e^{-\frac{z^2}{2l^2}} \quad (2.7)$$

$$l = \sqrt{z^2} \quad (2.8)$$

Über den Ansatz der Hertz'schen Pressung von einer Kugel auf einer glatten Oberfläche ( 2.10 ) und mit der Eindringtiefe  $d$  nach ( 2.9 ) wird der Kontaktkraft für eine einzelne Rauheitsspitze ( 2.11 ) berechnet.

$$d = z - h_0 \quad (2.9)$$

$$\Delta A = \pi a^2 = \pi d * R = \pi(z - h_0)R \quad (2.10)$$

$$\Delta F = \frac{4}{3}ER^{1/2}(d)^{3/2} = \frac{4}{3}ER^{1/2}(z - h_0)^{3/2} \quad (2.11)$$

Durch die Integration über alle Rauheitsspitzen im Kontakt ergibt sich die Gesamtzahl der Kontakte ( 2.12 ), die Gesamtkontaktfläche ( 2.13 ) und die gesamte Kontaktkraft ( 2.14 ) wie folgt:

$$N = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \phi(z) dz \quad (2.12)$$

$$A = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \phi(z) \pi R (z - h_0) dz \quad (2.13)$$

$$F_N = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \phi(z) \frac{4}{3} ER^{1/2} (z - h_0)^{3/2} dz \quad (2.14)$$

Die Rauheitskappen werden einzeln betrachtet, somit ist das Modell nicht in der Lage, die deformativen Rückwirkungen aufgrund der Verformung benachbarter Rauheitsspitzen zu berücksichtigen.

Um dieses zu erreichen, sind Modelle mit einem geringeren Idealisierungslevel erforderlich. Die Literatur nennt dafür die Halbraummodelle (Nachgiebigkeitsmatrix-Methode) oder FEM-Modell. Die Halbraummodelle werden in der Tribologie bevorzugt eingesetzt, da sie durch die zweidimensionale Modellierung des Kontaktbereiches gegenüber der dreidimensionalen Formulierung der FEM-Netze weniger rechenintensiv sind. Bei gleicher Rechenzeit können somit größere repräsentative Ausschnitte berechnet werden. Für die Formulierung der FEM Modelle gibt es eine Reihe kommerzieller Software, weshalb an dieser Stelle auf die Darstellung verzichtet wird.

Ausgangspunkt der Halbraummodelle ist der elastische Halbraum nach Johnson [42], welcher "einen endlichen elastischen Körper in eine halbumendliche Betrachtungsweise überführt und die Auswirkung einer angreifenden Punktlast auf das sich einstellende Spannungs- und Verschiebungsfeld beschreibt." [15]<sup>3</sup> Die klassische Lösung erfolgt dabei über die Potentialtheorie und der Laplace'schen Potentialgleichung. BOUSSINESQ [43] erarbeitet hierfür Potentialgleichungen für den elastischen Halbraum, welche den Anforderungen der Laplace'schen Potentialtheorie genügen. Werden die angreifenden Punktlasten in Flächenlasten überführt, liefern benachbarte Flächenlasten in ihrem Verschiebungsfeld einen Anteil in dem Punkt an der Stelle  $(x, y)$ . Damit kann die elastische Rückwirkung benachbarter, in Kontakt tretender Rauheitsspitzen berücksichtigt werden. Die Lösung der Halbraummodelle erfolgt numerisch. Für die Berücksichtigung des Verformungsverhaltens kann sowohl elastisches, elastisch-plastisches als auch vollplastisches Werkstoffverhalten implementiert werden [44].

---

<sup>3</sup> [15] S. 40

### 2.2.2 Übersicht aktueller Berechnungssoftware

Ausgehend von den Randbedingungen in den einzelnen Disziplinen wurden verschiedene Tools zur Simulation und Berechnung entwickelt. Im HD-Bereich gibt es das Programm SIRIUS, welches speziell für die Berechnung von Gleitlagern in Schiffsantrieben entwickelt wurde [45]. Es können weitere Randbedingungen berücksichtigt werden (Kapitel 2.2.3) und so ist ebenfalls eine EHD-Rechnung möglich.

In dem Bereich der Gleitlagerberechnung mittels der EHD existiert das Programm FIRST der IST GmbH [46]. Dieses Programm wurde für die Berechnung von Motorcomponenten entwickelt. Aufgrund der komplexen Randbedingungen gibt es für die Gleitlagerberechnung ein separates Modul (TOWER), welches von der Universität Kassel entwickelt wurde [47]. Das Modul TOWER kann dabei sowohl mit Kennfeldlösungen, mit einem quasi-statischen Berechnungsverfahren, als auch mit einem voll-dynamischen EHD-Berechnungsverfahren arbeiten [48]. Die Lösung der R-DGL erfolgt mittels der Finiten Elemente Methode (FEM). Für die volldynamische Berechnung erfolgt die Kopplung mit einem MKS-Modul. Ein weiteres Programm, welches die Gleitlagerberechnung auf Grundlage eines EHD-Modells durchführt, ist das Programm EXCITE der AVL-List GmbH [49]. Dieses Programm wurde ebenfalls speziell für die Beschreibung der physikalischen Vorgänge in Motorlagern entwickelt. Es beinhaltet mehrere Module zur Berechnung der einzelnen Motorkomponenten wie etwa Kurbelwellenlagern oder Kolbenringen. Für die Berechnung können neben der Strukturelastik und -dynamik und dem Schmierfilmverhalten auch die Ölzuführung und die Oberflächenstrukturierung berücksichtigt werden. Die Berechnung der Strukturkomponenten erfolgt mittels der FEM, wohingegen das Schmierfilmverhalten mit der Finiten-Differenzen-Methode (FDM) gelöst wird. Des Weiteren können die Randbedingungen so gestaltet werden, dass neben der Druckabhängigkeit auch die Temperaturabhängigkeit der Viskosität des Schmiermittels erfasst werden kann. Dieses Programm kann somit auch mit einem TEHD-Modell rechnen. Ein weiteres Gleitlagerberechnungstool ist das Programm ALP3T ("Allgemeines Lagerprogramm mit 3-dimensionalem Temperatureinfluss, Zweiphasenströmung und konvektiven Trägheitskräften") [50]. Entwickelt wurde dieses im Rahmen einer Dissertation an der Technischen Universität Braunschweig und dient zur Berechnung der statischen und dynamischen Kenngrößen von Gleitlagern [51]. Zum Beschreiben der physikalischen Vorgänge im Schmierpalt werden sowohl die R-DGL, die Energiegleichung als auch die Wärmeleitgleichung für die Welle und die Lagerschalenstruktur iterativ gelöst.

Über die nichtlineare Druck- und Temperaturabhängigkeit des Schmiermittels sind die R-DGL und die Energiegleichung miteinander gekoppelt. Eine weitere Kopplung erfolgt über externe, mit kommerzieller Software berechnete Verformungsfelder. Des Weiteren können Kavitation, Schmierfilmturbulenzen und Mischungsvorgänge berücksichtigt werden. Das Programm ALP3T ist somit ebenfalls in den Bereich der TEHD einzuordnen. Genutzt wird es hauptsächlich zur Berechnung von schnell laufenden und hoch belasteten Radialgleitlagern.

Auf Basis des ALP3T wurde am Institut für Tribologie und Energiewandlungsmaschinen der TU Clausthal das Programm COMBROS entwickelt. Es wurde ebenfalls speziell auf die Anforderungen im Bereich hochbelasteter, schnell laufender Gleitlager, speziell thermische Turbomaschinen angepasst. Dieses Programm soll in die Workbench der FVA (Forschungsverein Antriebstechnik e.V.) integriert werden. Mit ihr soll es möglich sein, die Vorgänge im Schmierpalt mit instationären Einflüssen sowie unter Berücksichtigung von nicht isothermem und elastischem Verhalten der Teilkomponenten, zu berechnen. Erreicht wird das durch eine Kopplung der Gleitlagerberechnung mit einem FEM-Programm. [52] Des Weiteren gibt es am Institut für Maschinenkonstruktion (IMK) der Otto-von-Guericke Universität das Programm Tribo-X [53]. Das Programm lässt sich in die 3D TEHD einordnen [15] und löst ebenfalls die R-DGL. Tragfähigkeitsberechnungen können für Radial-, Axial- und Mehrflächengleitlager durchgeführt werden. Es hat ein implementiertes Mischreibungsmo-  
dell, welches den Einfluss der Rauheit auf den Druckaufbau über ein Flussfaktorenmodell nach PATIR und CHENG berücksichtigt. Die Berücksichtigung der plastisch-elastischen Festkörperkontakte über ermittelte Kennlinien in der R-DGL ermöglicht die Verschleißsimulation. [54] Die Berechnungen können sowohl für laminare als auch turbulente Strömungen, bei beliebiger Lagerkontur als auch mit diversen Schmiermittelzuführungen erfolgen. [37] [55] [56] Unter den Namen Tribo-X inside ANSYS wurde das Programm als Extension in die Workbench des kommerziellen Berechnungstools ANSYS eingebunden und mit MKS und FE-Modulen gekoppelt. Aktuell sind aber noch nicht alle Funktionalitäten dort verfügbar [57].

### 2.2.3 Das Simulationstool SIRIUS

Das Simulationstool SIRIUS wurde am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik/CAD der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik an der Universität Rostock entwickelt und soll auch mit den Erkenntnissen dieser Arbeit erweitert werden. Es dient der nu-

merischen Berechnung und Simulation von hydrodynamisch und hydrostatisch wirkenden, stationär und instationär belasteten Gleitlagern [58]. Es besitzt eine Vielzahl von Erweiterungen für die Berücksichtigung verschiedener Bedingungen. So kann ein vollständiges hydraulisches System mit beliebigen Schmiernutanordnungen hinterlegt werden, um die Schmierstoffversorgung zu simulieren [59]. Des Weiteren können Kavitationserscheinungen, Wellenverkantung und -biegung [60], diverse Formabweichungen von Welle und Lagerschale sowie das elastische Verhalten des Lagerwerkstoffes in der Berechnung berücksichtigt werden [61] [62].

Die Berechnung der Druckverläufe und der daraus resultierenden Größen kann auf zwei Wegen erfolgen:

1. Vorgabe der Lagerlast und Berechnung der Verlagerungsbahnen
  - dimensionsbehaftet:  $F_x$  &  $F_y$  oder  $F_{ges}$  &  $\alpha F$  (Lastwinkel)
  - dimensionslos:  $So_x$  &  $So_y$  oder  $So$  &  $\alpha So$  (Lastwinkel).
2. Vorgabe der Verlagerungsbahnen und Berechnung der Lagerlast
  - dimensionsbehaftet:  $E_x$  &  $E_y$  oder  $E_{ges}$  &  $\alpha E$  (Verlagerungswinkel)
  - dimensionslos:  $\varepsilon_x$  &  $\varepsilon_y$  oder  $\varepsilon$  &  $\alpha \varepsilon$  (Verlagerungswinkel)

Es sind folgende theoretische Grundannahmen möglich (siehe Kapitel 3.2 und 3.3):

1. Klassische Reynolds'sche Differentialgleichung mit Gumbel'scher Randbedingung
2. Erweiterte Reynolds'sche Differentialgleichung nach Wegmann [63].

### 3 Theoretische Grundlagen der Berechnung hydrodynamischer Gleitlager

Im Jahre 1886 zeigte der englische Physiker Osborne Reynolds, dass sich die Schmiermittelströmung in einem Gleitlager und damit der Druckaufbau mithilfe der Hydrodynamik beschreiben lässt [12]. Diese Gleichung ist als Reynolds'sche Differentialgleichung (R-DGL) bekannt.

#### 3.1 Herleiten der R-DGL für die hydrodynamische Druckberechnung

Die Grundlage der Berechnung der Druckverteilung im Gleitlager nach Reynolds ist die inkompressible Navier-Stokes Gleichung ( 3.1 ) bis ( 3.3 ) unter Beachtung der inkompressiblen Kontinuitätsgleichung für Newton'sche Fluide bei laminarer Strömung.

Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömung ( $\rho = \text{konst}$ ):

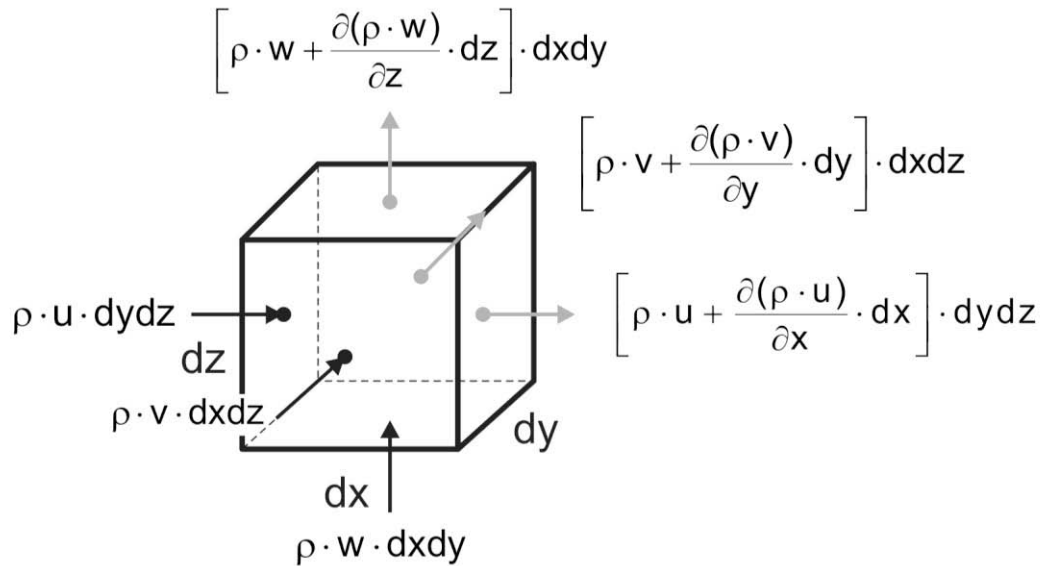
$$\chi: \rho \left( \overbrace{\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}}^{\text{Trägheitsterm}} \right) = \underbrace{f_{m,x}}_{\text{Volumenkraftterm}} - \overbrace{\frac{\partial p}{\partial x}}^{\text{Druckterm}} + \eta \overbrace{\left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)}^{\text{Reibungsterm}} \quad (3.1)$$

$$y: \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = f_{m,y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3.2)$$

$$z: \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = f_{m,z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.3)$$

Kontinuitätsgleichung (Gesetz der Masseerhaltung) für inkompressible Strömung ( $\rho = \text{konst}$ ):

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$



**Abb. 3.1 Massenströme an einem Volumenelement**

Bei der Vereinfachung der Navier-Stokes Gleichungen helfen dimensionslose Ähnlichkeitskennzahlen. Sie werden herangezogen, um zu beurteilen welche Terme in dem geschmierten Tribosystem dominieren und welche vernachlässigt werden können. Ein Beispiel ist die Reynolds-Zahl, diese gibt das Verhältnis von Trägheitskraft zu Reibungskraft an:

$$Re = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Reibungskraft}} = \frac{\rho v L}{\eta} \quad (3.5)$$

Die Größe  $L$  ist die kritische Länge und entspricht in einem Radialgleitlager der Schmierpalthöhe  $h$ . Die Reynolds-Zahl dient der Beurteilung des Strömungszustandes, da die Berechnung nach Navier-Stokes nur für laminare Strömungen zulässig ist. Eine laminare Strömung liegt vor, wenn die Reynolds-Zahl kleiner als die zulässige, anwendungsbasierte kritische Reynolds-Zahl  $Re_{cr}$  ist [3]. Für kreiszylindrische Radialgleitlager wird die kritische Reynolds-Zahl wie folgt ermittelt:

$$Re_{cr} = 41,3 \sqrt{\frac{D}{s}} \quad (3.6)$$

In den meisten hydrodynamisch geschmierten Systemen ist  $Re \ll 1$ . Das heißt, die Reibungskräfte dominieren und die Trägheitskräfte können vernachlässigt werden.

Eine weitere dimensionslose Kennzahl ist die Froudezahl. Mit ihr kann der Einfluss der Volumen- bzw. Schwerkraft abgeschätzt werden. Sie ergibt sich aus dem Verhältnis von Trägheits- und Schwerkraft.

$$Fr = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Schwerkraft}} = \frac{v^2}{g * L} \quad (3.7)$$

Der Quotient aus Reynolds- und Froudezahl liefert das Verhältnis von Schwer- zur Reibungskraft. Bei kleinen Werten kann eine Vernachlässigung der Schwerkraft erfolgen [15].

Die Eulerzahl drückt das Verhältnis von Druck- zur Trägheitskraft aus:

$$Eu = \frac{\text{Druckkraft}}{\text{Trägheitskraft}} = \frac{\Delta p}{\rho * v^2} \quad (3.8)$$

Das Produkt der Reynolds- und der Eulerzahl stellt das Verhältnis von Druckkraft zur Reibungskraft dar. Im hydrodynamisch geschmierten System kann die Druckkraft größer oder kleiner als die Reibungskraft sein, weshalb sie nicht vernachlässigt werden darf [64].

Mit den Bedingungen, dass die Trägheits- und Schwerekräfte vernachlässigbar sind und die Druck- sowie Reibungskräfte im hydrodynamisch geschmierten System dominieren, lässt sich die Navier-Stokes Gleichung ( 3.1 ) bis ( 3.3 ) bereits auf die Druck- und Reibungsterme reduzieren. Weiterhin gilt die Navier-Stokes-Gleichung für freie laminare Strömungen in alle drei Hauptrichtungen (x, y, z). Im hydrodynamischen Radialgleitlager ist die Ausdehnung des Schmierspalt in Spalthöhenrichtung (z-Richtung) aber sehr viel kleiner als in Spatllängen- und Spaltbreitenrichtung (y- und z-Richtung). Deshalb fallen alle Geschwindigkeitsgradienten im Reibungsterm in x- und y-Richtung klein gegenüber dem Gradienten in z-Richtung aus und können vernachlässigt werden. Des Weiteren sind auch die Änderung der Geschwindigkeit w und bei geringen Spalthöhen die Druckänderung in z-Richtung über die Spalthöhe h klein.

$$\frac{\partial w}{\partial z} \rightarrow 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial p}{\partial z} \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

Mit den genannten Vereinfachungen und Annahmen erhält man die reduzierten Druck- und Reibungsterme ( 3.10 ) bis ( 3.12 ), sowie die reduzierte Kontinuitätsgleichung ( 3.13 ) als Ausgangspunkt für die Herleitung der Reynolds'schen Differentialgleichung.



$$x: \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3.10)$$

$$y: \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (3.11)$$

$$z: \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.13)$$

Eine weitere Voraussetzung für die Anwendung der Navier-Stokes-Gleichung ist die Haftbedingung ( 3.14 ) (experimentell nachgewiesen in [65]). Diese besagt, dass die Flüssigkeitsteilchen mit direktem Kontakt zur Festkörperoberfläche ruhen. Die Geschwindigkeit des Fluides an der bewegten Oberfläche des Kontaktkörpers muss also gleich der Geschwindigkeit des Kontaktkörpers sein.

$$\begin{aligned} z(h_1 = 0) &\rightarrow u = u_1 \rightarrow v = v_1 \\ z(h_2 = h) &\rightarrow u = u_2 \rightarrow v = v_2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Nach zweifacher Integration von ( 3.10 ) und ( 3.11 ) folgen die Gleichungen für  $u(z)$  ( 3.15 ) und  $v(z)$  ( 3.16 ). Zum Lösen der Integrationskonstanten wird die Haftbedingung ( 3.14 ) eingesetzt.

$$u(z) = \frac{z^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \left( \frac{u_1 - u_2}{h} - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) z + u_1 \quad (3.15)$$

$$v(z) = \frac{z^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} + \left( \frac{v_1 - v_2}{h} - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) z + v_1 \quad (3.16)$$

Um das Gesetz der Masseerhaltung nicht zu verletzen, muss die Kontinuitätsgleichung ( 3.13 ) eingehalten werden. Aus diesem Grund wird die Kontinuitätsgleichung über die Schmierpalhöhe integriert ( 3.17 ).

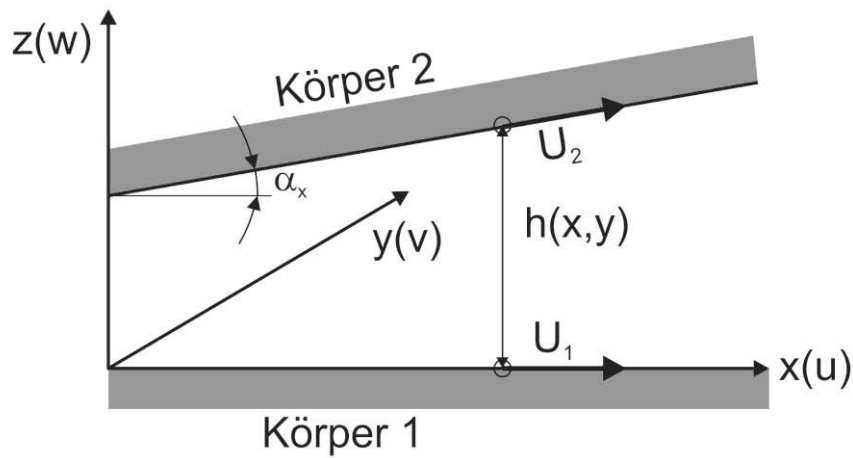
$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dz = 0 \quad (3.17)$$

Unter Beachtung der Ableitungsformel für parameterabhängige Integrale (Leibnizregel) ergibt sich:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{(u_1 + u_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{(v_1 + v_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.18)$$

Ist die Änderung der Spalthöhe in x- und y- Richtung klein, kann eine Abwicklung des gekrümmten Schmierpaltes in die Ebene erfolgen (Abb. 3.2). Für die Geschwindigkeit an den Oberflächen der Körper gilt dann:

$$\begin{array}{lll} z(h_1 = 0) & u_1 = U_1 & v_1 = V_1 \\ z(h_2 = h) & u_2 = U_2 \cos \alpha_x & v_2 = V_2 \cos \alpha_y \end{array} \quad (3.19)$$



**Abb. 3.2 Schnitt des Schmierpaltes in der x-z-Ebene [66]**

Aus der geringen Neigung der Oberflächen im hydrodynamischen Schmierpalt zueinander folgt, dass  $\alpha$  in x- und y-Richtung annähernd 0 ist und somit  $\cos(\alpha) \approx 1$  wird. Für die Geschwindigkeit an der Wand von Körper 2 bedeutet das  $u_1 = U_1$  bzw.  $v_1 = V_1$ .

Die Geschwindigkeiten in Spaltrichtung (y-Richtung) sind gleich oder annähernd 0 und können vernachlässigt werden. Diese Terme können also aus der aufgestellten Gleichung ( 3.18 ) gestrichen werden und es ergibt sich die R-DGL für stationäre Belastung ( 3.20 ):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{(U_1 + U_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.20)$$

Die R-DGL für instationäre Belastungen ( 3.21 ) ergibt sich, indem die Massenbilanz durch den Quetschterm  $\frac{\partial h}{\partial t}$  vervollständigt wird.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{(U_1 + U_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\eta(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 12\eta \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.22)$$

Mit dem Quetschterm werden die Volumenströme aufgrund der Verdrängungsbewegungen der Welle bei dynamischen Belastungen berücksichtigt. Bei dynamischer Belastung des hydrodynamischen Gleitlagers führt der Wellenmittelpunkt eine Bewe-

gung aus, die zu dem Volumenstrom in z-Richtung führt. Dieser Volumenstrom ist aufgrund der dynamischen Bewegung eine Funktion der Zeit und somit wird die Spalthöhenänderung ebenfalls zeitabhängig.

## 3.2 Druckrandbedingungen

Die Lösung der R-DGL erfordert Druckrandbedingungen. Diese lauten wie folgt:

1. Der Schmierfilmdruck an den schmierspaltbegrenzenden Rändern entspricht dem Umgebungsdruck.
2. Im Bereich von Schmierstoff zuführenden Einrichtungen (Bohrungen, Taschen, Nuten etc.) muss der Schmierfilmdruck dem Zuführdruck entsprechen.
3. Für den Bereich des sich öffnenden Schmierspaltes ist mit Kavitationserscheinungen zu rechnen. Die sich hieraus ergebenden Druckrandbedingungen müssen im Minimum sicherstellen, dass nirgend ein zu definierender Kavitationsdruck  $p_{cav}$  unterschritten wird. [15]<sup>4</sup> Eine genauere Erläuterung erfolgt im nächsten Abschnitt 3.3.

## 3.3 Berücksichtigung von Kavitationserscheinungen

Die hergeleitete R-DGL (Kapitel 3.1) geht grundsätzlich von einem vollständig mit Fluid gefüllten Schmierspalt aus. Aufgrund der Kontinuitätsgleichung führt dies im sich öffnenden Schmierspalt zu negativen Schmierfilmdrücken (Sommerfeld'sche Randbedingungen, siehe Abb. 3.3 a, [13]). Da Schmierstoffe aber nicht in der Lage sind nennenswerte Zugspannungen zu übertragen [67] [68], ist in diesem Gebiet mit Kavitationserscheinungen zu rechnen. Die im Schmierstoff entstehenden Blasen können als Gasblasen (Gaskavitation) oder als Dampfblasen (Dampfkavitation) vorliegen [69]. Für diese Bereiche können verschiedene Rand- und Nebenbedingungen eingeführt werden. Die Berücksichtigung der Kavitationsmodelle kann grundsätzlich mit zwei unterschiedlichen Ansätzen durchgeführt werden. Bei dem ersten Ansatz wird der Übergang zwischen dem Druck- und dem Kavitationsgebiet ohne Einhaltung der Kontinuitätsgleichung (I. nichtmasseerhaltende Modelle) bestimmt. Im zweiten Ansatz wird der Übergang zwischen dem Druck- und dem Kavitationsgebiet unter Einhaltung der Kontinuitätsgleichung (II. masseerhaltende Modelle) bestimmt. Dies ist durch die Berücksichtigung von Teilfüllungszuständen im Kavitationsgebiet möglich.

---

<sup>4</sup> [15] S. 30

Im nachfolgenden erfolgt die kurze Beschreibung einiger Modelle dieser Ansätze.

Kavitationsrandbedingungen und der resultierende Druckverlauf

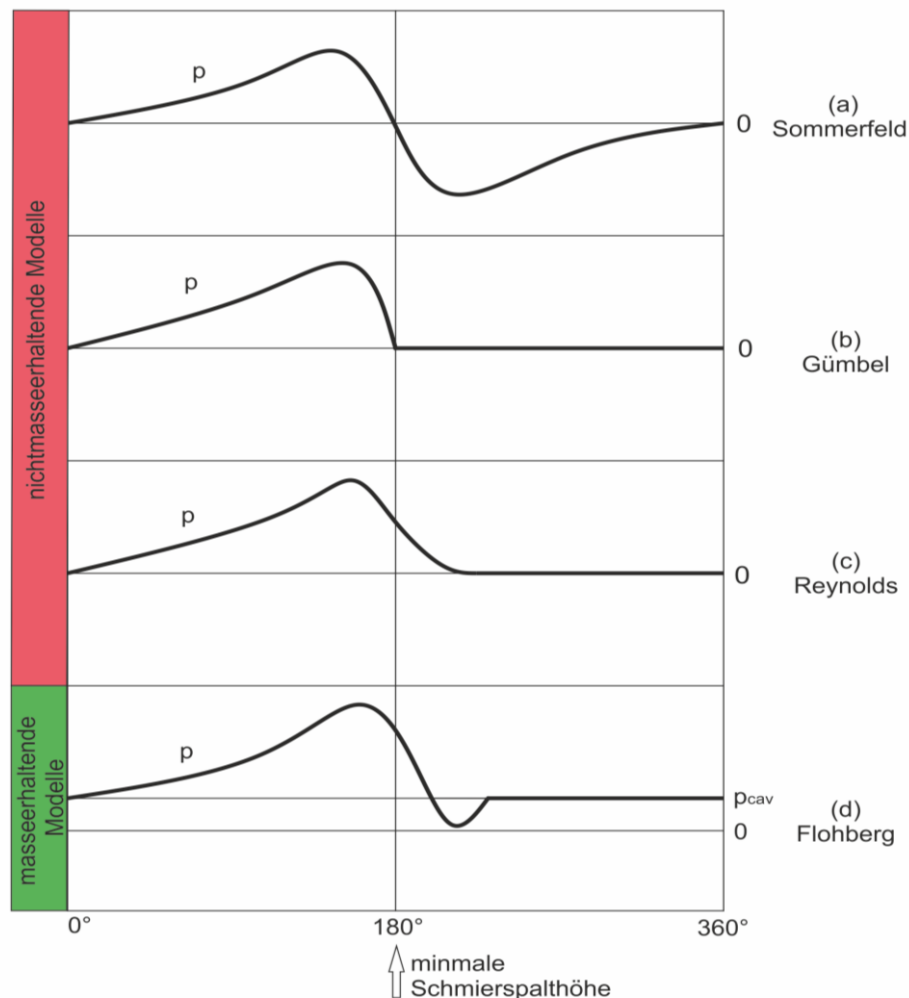


Abb. 3.3 Druckverhältnisse mit unterschiedlichen Kavitationsrandbedingungen (in Anlehnung an [69])

#### 3.3.1 Nichtmasseerhaltende Kavitationsmodelle

Ein sehr einfaches Modell sind die halbperiodischen oder auch *Gümbel'schen Randbedingungen* [70] [71]. Die Lösung der R-DGL erfolgt mithilfe der (periodischen) *Sommerfeld'schen Randbedingungen*. Im Anschluss werden dann alle negativen Drücke abgeschnitten, d.h. alle Drücke  $p < 0$  werden auf  $p_{cav} = 0$  gesetzt. Der Übergang zwischen dem Druck- und dem Kavitationsgebiet ist unstetig (Abb. 3.3 b). Sowohl die Kontinuitätsgleichung als auch die Masseerhaltung werden verletzt.

Ein weiteres Modell sind die *Randbedingungen nach Reynolds* [12]. Bei der Lösung der R-DGL wird dabei sichergestellt, dass am Druckbergende  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$  wird und im Druckgebiet  $p > 0$  ist. Für das übrige Gebiet gilt  $p_{cav} = 0$ . Somit ist zumindest im

Druckgebiet die Masseerhaltung erfüllt (Kavitationsgebiet weiterhin unerfüllt). Aber das Modell erfüllt die Kontinuitätsbedingung und liefert einen stetigen Übergang vom Druck- zum Kavitationsgebiet (Abb. 3.3 c). Die numerische Umsetzung für Radialgleitlager kann [72] entnommen werden.

#### 3.3.2 Masseerhaltende Kavitationsmodelle

In der Fachliteratur finden verschiedene masseerhaltende Kavitationsmodelle Verwendung. Folgende Modelle werden in diesem Abschnitt erläutert:

1. *JFO-Kavitationstheorie*
2. *Universeller Kavitations- Algorithmus nach ELROD*
3. *Erweiterte Schmiertheorie nach WEGMANN*

Ein Modellansatz, welcher die Erfüllung der Kontinuitätsgleichung im Kavitationsgebiet gewährleistet, wurde von JACOBSON, FLOHBERG und OLSSON entwickelt [38], [73]. In der internationalen Literatur ist er als *JFO-Kavitationstheorie* bekannt (Abb. 3.3 d). Im Kavitationsgebiet wird der Druck dabei als konstant angenommen ( $p_{cav} = konst$ ). In dieser Form ist das physikalisch sinnvolle JFO-Modell schwierig in die numerische Lösung der R-DGL einzubinden, weshalb ELROD diesen Ansatz zu einem "*universellen Kavitations- Algorithmus*" weiterentwickelte [32] [74]. Bei diesem werden die Randbedingungen des JFO-Modells berücksichtigt aber nicht direkt gelöst. Im Kavitationsgebiet wird eine homogene Zweiphasenströmung mit einer homogenen Mischdichte aus Schmierstoff und Gas/Dampf angenommen. Das Dichteverhältnis  $\Theta$  ( 3.23 ) ergibt sich aus dem Verhältnis von lokaler veränderlicher Dichte  $\rho$  und der Bezugsdichte  $\rho_{cav}$ .

$$\Theta = \frac{\rho}{\rho_{cav}} \quad ( 3.23 )$$

Die Bezugsdichte  $\rho_{cav}$  entspricht der Fluidichte  $\rho_{liq}$  bei Atmosphärendruck ( $p = 0$ ). Im Vergleich zur Bezugsdichte nimmt im Überdruckgebiet die Dichte  $\rho$  des als kompressibel betrachteten Fluides in Abhängigkeit des lokalen Druckes zu ( $p > p_{cav}, \Theta > 1$ ). Im Kavitationsgebiet hingegen nimmt sie aufgrund der Vermischung von Fluid und Gas/Dampf ( $p = p_{mix}$ ) gegenüber der Bezugsdichte ab ( $p = p_{cav}, \Theta < 1$ ). Im Kavitationsgebiet heißt das Dichteverhältnis auch Spaltfüllungsgrad. Im Überdruckgebiet gilt folgender linearer Zusammenhang:

$$p(\Theta) = p_{cav} + \beta \ln (\Theta) \quad ( 3.24 )$$

Mit Hilfe von ( 3.23 ) und ( 3.24 ) lässt sich die allgemeine R-DGL ( 3.21 ) so umschreiben, dass diese nach dem Dichteverhältnis  $\Theta$  gelöst werden kann. Die Kenntnis der Dichte ist dabei nicht mehr erforderlich. Die umgestellte verallgemeinerte R-DGL sieht wie folgt aus:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\beta h^3}{12\eta_{liq}} g(\Theta) \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\beta h^3}{12\eta_{liq}} g(\Theta) \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right) = \frac{(U_1 + U_2)}{2} \frac{\partial(\Theta h)}{\partial x} + \frac{\partial(\Theta h)}{\partial t} \quad (3.25)$$

Des Weiteren wurde eine Schaltvariable  $g(\Theta) = \{0,1\}$  eingeführt, welche die Druckterme in Kavitationsgebiet ausschaltet. Weiterführende Informationen und Anwendungsbeispiele des Elrod-Algorithmus können der Literatur entnommen werden. [75]

Ein weiteres Modell für eine masseerhaltende Beachtung der auftretenden Kavitationserscheinungen ist die erweiterte *Reynolds'sche Schmiertheorie nach WEGMANN*. Im Gegensatz zum klassischen Ansatz ermöglicht es diese, sowohl den Druckberg als auch das Unterdruckgebiet im Schmier-spalt zu beschreiben und die auftretende Kavitation zu berücksichtigen (Abb. 3.3). [63]

$$0 = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{3}{h} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \frac{12\eta}{h^3} \frac{p}{p+c} \left( \frac{uw}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \frac{12\eta}{h^2} \frac{c}{(p+c)^2} \left( \frac{uw}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (3.26)$$

Für dieses Strömungsmodell wird von einem Flüssigkeits-Gas-Gemisch im Schmier-spalt ausgegangen. Die Gasblasen sind dabei im gesamten Spalt verteilt. Im Bereich des Druckberges sind sie stark zusammengepresst und dehnen sich bei der Annäherung an den Nullpunkt stark aus. Verdampfungserscheinungen werden vernachlässigt. Das Schmier-spaltvolumen  $V$  setzt sich aus dem Flüssigkeitsvolumen  $v_f$  und dem Volumen der Gasmenge  $v_g$  zusammen ( 3.27 ).

$$V = v_f + v_g \quad (3.27)$$

Die beiden Phasen gehen zu keinem Zeitpunkt ineinander über. Daraus folgt für das geschlossene Schmier-spaltelement ( 3.28 ) :

$$p v_g = \text{konstant} \quad (3.28)$$

Des Weiteren soll die Schmierflüssigkeit inkompressibel sein ( 3.29 ).

$$v_f = \text{konstant} \quad (3.29)$$

Aus diesen beiden Bedingungen ( 3.28 ) und ( 3.29 ) wird die Mischungskonstante  $c$  eingeführt und wie folgt definiert ( 3.30 ):

$$c = \frac{p \, v_g}{v_f} \quad (3.30)$$

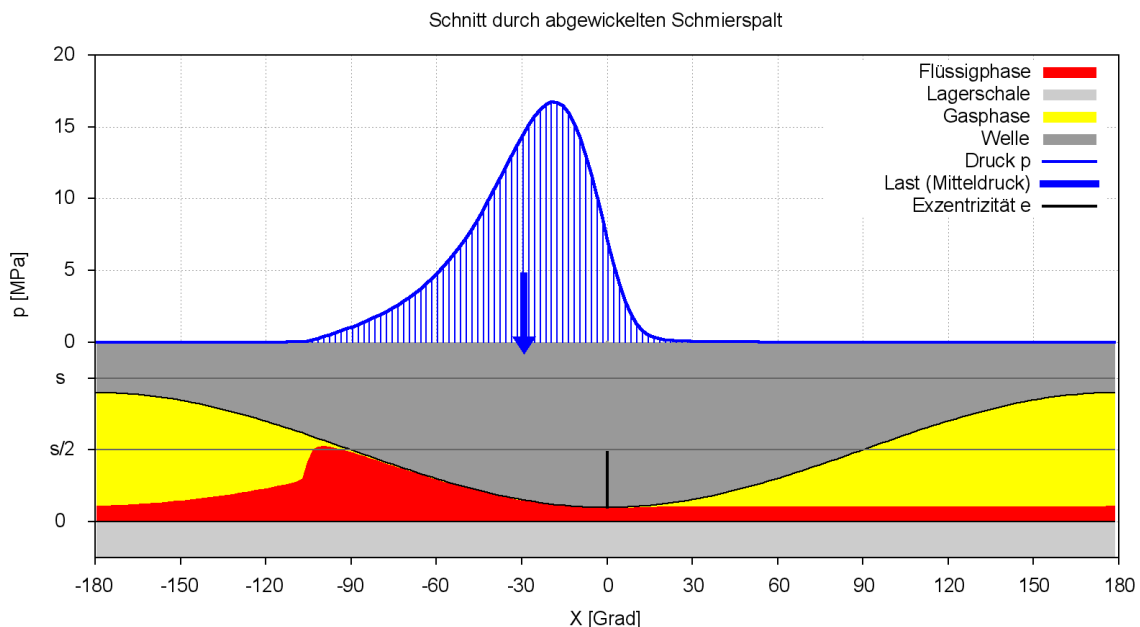
Für die Annahme, dass der Schmierspalt unvollständig mit Flüssigkeit gefüllt ist, wird der Begriff "örtlicher Füllungsgrad"  $F$  definiert. Unter Berücksichtigung der eingeführten Mischungskonstante  $c$ , definiert sich der örtliche Füllungsgrad als Funktion des Druckes wie folgt (3.31):

$$F = \frac{v_f}{v} = \frac{p}{p + c} \quad (3.31)$$

Unter Beachtung des Füllungsgrades ergibt sich die Viskosität des Flüssigkeits-Gas-Gemischs indem die Viskosität der reinen Flüssigkeit proportional zum vorhandenen Blasenvolumen reduziert wird.

$$\eta_g = \eta F = \eta \frac{p}{p + c} \quad (3.32)$$

Mit diesem Zusammenhang ergibt sich die erweiterte R-DGL nach Wegmann (3.26) [1]. In der Grafik (Abb. 3.4) ist schematisch das Ergebnis der erweiterten Schmiertheorie nach Wegmann als Schnitt durch den abgewinkelten Schmierspalt eines stationär belasteten, hydrodynamisch wirkenden Radialgleitlagers dargestellt.



**Abb. 3.4 Druck- und Flüssigkeitsverteilung im Schmierspalt in der Mitte eines stationär belasteten Radialgleitlagers**

Zu erkennen ist die Druckverteilung  $p(x)$  (blau), die Schmierspalthöhe  $h(x)$  und die Flüssigkeitsverteilung (gelb  $=v_g$ , rot  $=v_f$ ).

#### 3.4 Berücksichtigung elastischer Verformung

Für die Berücksichtigung der elastischen Verformung durch den hydrodynamischen Druck gibt es verschiedene Ansätze. Aufgrund der üblichen Härteverhältnisse zwischen Lagerwerkstoff und Wellenwerkstoff von 1:3 bis hin zu 1:5 [76]<sup>5</sup>, wird hierbei von einer Spaltaufweitung durch die Verformung der Lagerschale ausgegangen. BLADT [77] entwickelte eine Theorie, welche die Verformung der Oberfläche aufgrund eines lokal wirkenden hydrodynamischen Druckes berücksichtigt. Die Theorie der "druckproportionalen Verformung". BRÖKEL erweiterte diesen Ansatz und überführte ihn in eine mathematisch und physikalisch beschreibbare Form [78]. Dabei verwendete er das masseerhaltende Kavitationsmodell in Form der erweiterten R-DGL nach WEGMANN. Sein Ansatz war: "Die Spaltkontur des starren Lagers wird durch die Wirkung des hydrodynamischen Druckes auf geweitet um den Betrag, der sich aus dem Produkt eines örtlichen konstanten Faktors und dem örtlich wirkenden hydrodynamischen Druck ergibt." [78]<sup>6</sup> BRÖKEL erweiterte die Spaltfunktion für ein zylindrisches Lager indem er den druckproportionalen Ansatz bereits in der Definition des Schmierspalt es ergänzte.

Weiterhin beschreibt BARTEL [15] einen Ansatz für die direkte (quasistatische) Kopplung der elastischen Verformung an die R-DGL. Die Spalthöhenfunktion wird dabei um die elastische Verformungsfunktion aufgrund des lokalen hydrodynamischen Druckes erweitert, welche in jedem Iterationsschritt durch eine gekoppelte FEM-Analyse gelöst wird.

Eine weitere Möglichkeit ist die Kopplung der elastischen Verformung über eine Steifigkeitsmatrix wie sie für das Programm SIRIUS umgesetzt wurde [61] [14]. Dies führt zu einer enormen Rechenzeitverkürzung, da die Verformung nicht in jedem Berechnungsschritt neu ermittelt werden muss. Die notwendige Steifigkeitsmatrix wird dafür mit Hilfe eines FEM-Tools ermittelt und kann in SIRIUS eingelesen werden. Auf die detaillierte Beschreibung wird an dieser Stelle verzichtet, da die Berücksichtigung der elastischen Verformung kein Bestandteil der hier durchgeführten Mischreibungsbetrachtung ist.

---

<sup>5</sup> [76] S. 570

<sup>6</sup> [78] S.15



### 3.5 Lösungsverfahren in SIRIUS

Für die Lösung der erweiterten Reynolds'schen Differentialgleichung ( 3.26 ) gibt es keine analytische Methode. Es wird deshalb auf eine numerische Lösung zurückgegriffen, welche eine Näherungslösung erzeugt - das lineare Differenzenverfahren. Die erweiterte R-DGL enthält allerdings folgende nicht linearen Glieder:

$$\frac{p}{p+c} \quad \text{und} \quad \frac{1}{(p+c)^2} \cdot \left( \frac{v_{we}}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (3.33)$$

Sie stellt damit eine partielle, nicht lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung dar. Aufgrund der Nichtlinearität der Gleichung ist das lineare Differenzenverfahren nicht direkt anwendbar, sodass vorab eine Linearisierung erfolgen muss. Dabei werden die nicht linearen Funktionen  $f(x)$  durch eine linearisierte Näherung der Form

$$0 = f(y) \approx f(y_0) + f'(y_0) \cdot (y - y_0) \quad (3.34)$$

ersetzt.  $y_0$  stellt dabei die Anfangsnäherung der gesuchten Lösung  $y$  dar. Für das erste nicht lineare Glied ergibt sich gemäß der Gleichung ( 3.34 ) folgende Näherungslösung.

$$\frac{p}{p+c} \approx \frac{c}{(p_0+c)^2} \cdot p + \frac{p_0^2}{(p_0+c)^2} \quad (3.35)$$

Auf die umfangreiche, vollständige Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet. In dimensionsloser Form sind sie vollständig in [79]<sup>7</sup> und [63]<sup>8</sup> abgebildet. Die lineare Form der erweiterten R-DGL ist nachfolgend abgebildet.

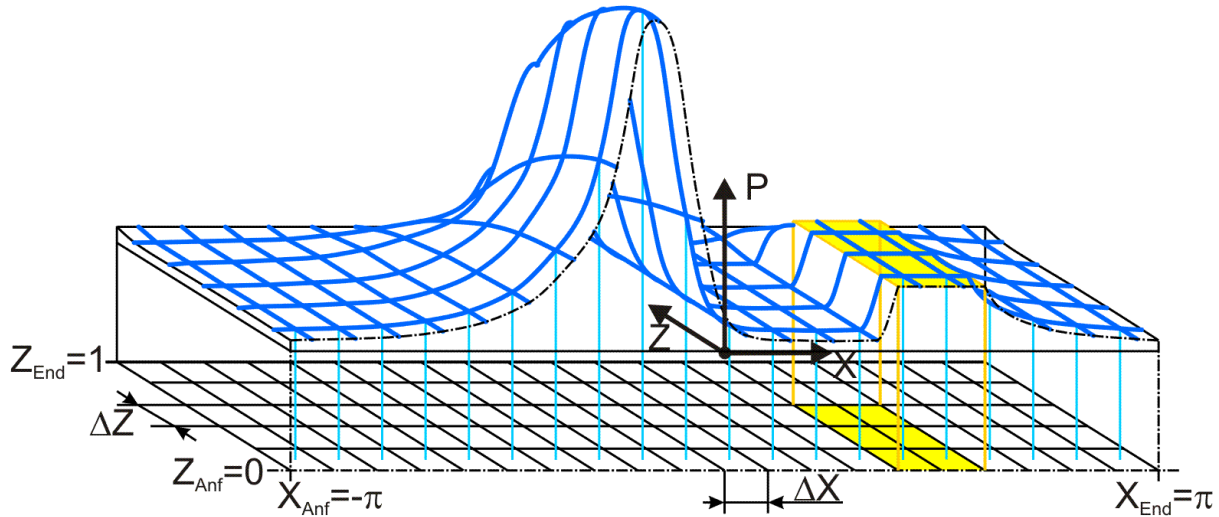
$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + A_1 \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + A_2 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + A_3 \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + A_4 \cdot p = R \quad (3.36)$$

Im System SIRIUS erfolgt die Diskretisierung des in die Ebene abgewickelten Schmierspaltens über ein Gitternetz mit äquidistanter Schrittweite (Abb. 3.5).

---

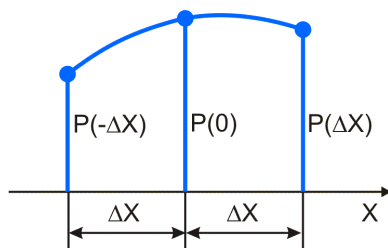
<sup>7</sup> [79] Abs. 3.4.1.3

<sup>8</sup> [63] Abs. 7.3



**Abb. 3.5 Diskretisierung der abgewinkelten Schmierspaltfläche**

Für die Gitterpunkte erfolgt die Anwendung des linearen Differenzenverfahrens und die partiellen Ableitungen (Differentialquotienten) werden durch Differenzenquotienten ersetzt.



$$\frac{\partial P(0)}{\partial X} \approx \frac{-P(-\Delta X) + P(\Delta X)}{2 \cdot \Delta X} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial^2 P(0)}{\partial X^2} \approx \frac{P(-\Delta X) - 2 \cdot P(0) + P(\Delta X)}{\Delta X^2} \quad (3.38)$$

**Abb. 3.6 Approximation des Teilstücks der Funktion P(X) [80]**

Gemäß der Darstellung (Abb. 3.6) werden die 1. und 2. Ableitung der Funktion  $p(x)$  an der Stelle  $x$  durch die Differenzenformeln ( 3.37 ) und ( 3.38 ) ersetzt. Die Lösung des so entstehenden linearen Gleichungssystems liefert die Druckverteilung über die Schmierspaltfläche.

### 4 Geometrische und statistische Charakterisierung rauer Oberflächen

Die im vorangegangenen Kapitel 3 beschriebenen Grundgleichungen der Hydrodynamik können bei der Tragfähigkeitsberechnung des hydrodynamisch wirkenden Gleitlagers nur angewandt werden, wenn der Kontakt der sich gegenüberliegenden Oberflächen ausgeschlossen ist. Sie sind somit vom Reibungszustand abhängig. Vor allem im Mischreibungsbereich, also bei dem parallelen Auftreten von Flüssigkeits- und Festkörperreibung spielt die Topografie der Lageroberflächen eine entscheidende Rolle. Um diese in die Tragfähigkeitsberechnung einzubeziehen, gibt es zahlreiche Bestrebungen sie zu quantifizieren und zu charakterisieren. Deshalb werden in diesem Kapitel die Grundlagen der geometrischen und statistischen Oberflächencharakterisierung genauer erläutert.

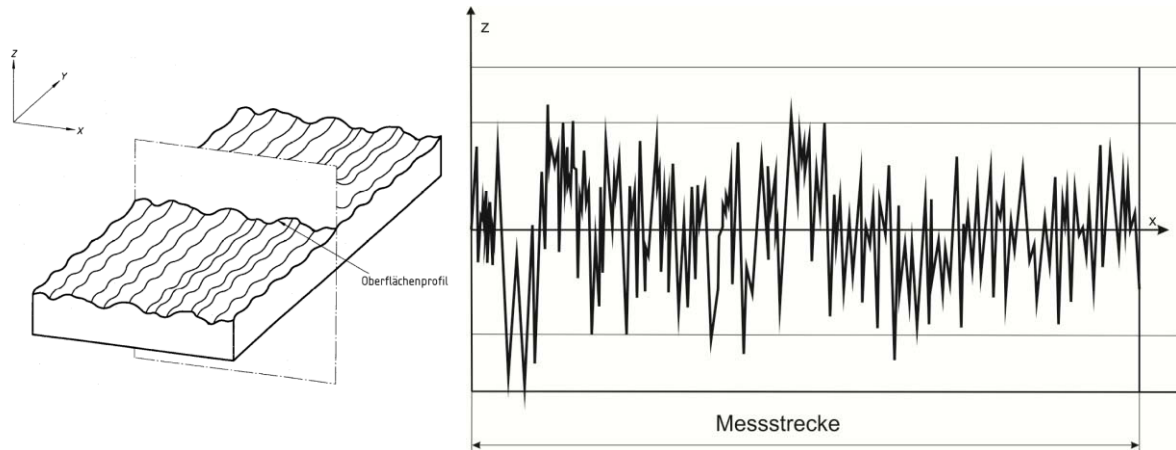
#### 4.1 Klassifizierung von Oberflächenunregelmäßigkeiten

In der Makroebene sehen Oberflächen glatt aus und werden deshalb für einfache analytische Betrachtungen auch als ideal glatt bezeichnet. Bei realen technischen Oberflächen treten stets Abweichungen der Ist-Oberfläche von der Soll-Oberfläche auf. Diese Abweichungen können mit bloßen Augen sichtbar sein aber auch nur wenige Nanometer groß sein, sodass eine Klassifizierung nach ihrer Größenordnung sinnvoll ist. Die DIN 4760 [81] unterscheidet sechs Grade der Gestaltabweichung. Formabweichung (Gestaltabweichung 1. Ordnung) sind nur beim Betrachten der gesamten Oberfläche zu erkennen (Makroebene). Welligkeiten (Gestaltabweichungen 2. Ordnung) sind als periodische Abweichungen, mit einem Verhältnis von Länge zu Tiefe zwischen 1000:1 und 100:1 definiert. Nach DIN 4760 ist die Rauheit eine Gestaltabweichung 3. bis 5. Ordnung mit regelmäßig oder unregelmäßig wiederkehrenden Formabweichungen, deren Verhältnis von Abstand zu Tiefe zwischen 100:1 und 5:1 liegt ([80], [81] und [82]). Gestaltabweichungen 6. Ordnung sind kleinskalige, durch den Werkstoffaufbau begründete Abweichungen.

#### 4.2 Rauheitskenngrößen

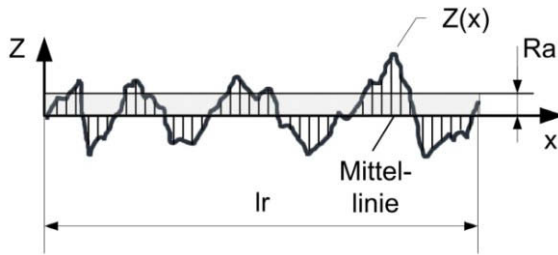
Die Beschreibung der Mikroebene eines Bauteils erfolgt mithilfe der Oberflächenkenngrößen. Rauheitskenngrößen beschreiben die Rauheit durch skalare Werte. Diese erhält man durch die Auswertung eines zweidimensionalen Oberflächenprofils, welches entlang einer linienförmigen Messstrecke der Länge  $l_r$  ermittelt wird. Das

Vorgehen bei der Auswahl des Profils und der Bestimmung der Kenngrößen ist in der DIN EN ISO 4287 [82] geregelt. Die Bestimmung eines Rauheitsprofils aus einem realen Werkstück ist in der folgenden Abbildung (Abb. 4.1) dargestellt.



**Abb. 4.1 Oberflächen- und Rauheitsprofil eines Werkstückes [82]**

Ausgehend von verschiedenen Messverfahren ist es oft so, dass keine kontinuierlichen Rauheitsprofile vorliegen. Die Auswertung erfolgt dann für diskrete Höhendaten  $z_i$  an  $N$  äquidistanten Messpunkten. Aus dem Primärprofil kann das Rauheits- und das Welligkeitsprofil abgeleitet werden. Dies erfolgt jeweils durch das Trennen der langwelligen bzw. kurzwelligen Anteile des Primärprofils mit Profilfiltern. Die Oberflächenkenngrößen werden in senkrechte und waagerechte Kenngrößen und Kurven unterteilt. Nachfolgend werden die am häufigsten verwendeten und für die vorliegende Arbeit notwendigen Kenngrößen kurz erläutert. Ausgangspunkt ist das Profil  $P_{ri}$  (Rauheitsprofil) mit der Länge  $l_r$  und den Einzelabschnitten  $z(x)$ . Zu den Senkrechtkenngrößen (Amplitudenkenngrößen - Spitzenhöhen und Taltiefen) zählen beispielsweise die Höhe der größten Profilspitze  $R_p$ , die Tiefe des größten Profiltals  $R_v$ , die größte Höhe des Profils  $R_z$ , die mittlere Höhe der Profilelemente  $R_c$  und die Gesamthöhe des Profils  $R_t$ . Zur Kategorie der Senkrechtkenngrößen (Amplitudenkenngrößen - Mittelwerte der Ordinaten) zählen der arithmetische Mittelwert  $R_a$  ( 4.1 ) und der quadratische Mittelwert  $R_q$  ( 4.2 ) der Profilordinate. Der arithmetische Mittelwert der Profilordinaten  $R_a$  beschreibt den arithmetischen Mittelwert der Beträge der Ordinatenwerte  $z(x)$  innerhalb der Einzelmessstrecke (Abb. 4.2).



$$R_a = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} |z(x)| dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |z_i| \quad (4.1)$$

**Abb. 4.2 Arithmetischer Mittelwert der Profilordinaten,  $R_a$  (in Anlehnung an [83])**

Der quadratische Mittelwert  $R_q$  entspricht der Standardabweichung der Höhenverteilung und somit der Wurzel ihrer Varianz.

$$R_q = \sigma_s = \sqrt{\frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} z(x)^2 dx} \approx \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^2} \quad (4.2)$$

Die Schiefe  $R_{sk}$  beschreibt die Asymmetrie der Höhenverteilung ( 4.3 ). Weist die Oberfläche eine Normalverteilung (Gauß-Verteilung) auf, beträgt die Schiefe Null, d.h. Täler und Spitzen treten mit gleicher Häufigkeit auf.

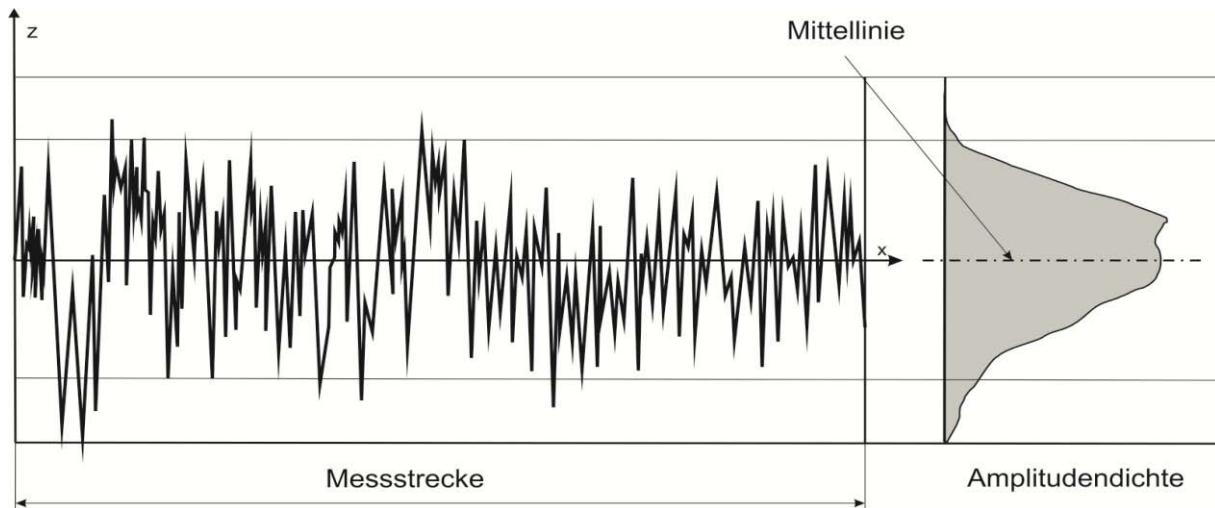
$$R_{sk} = \frac{1}{R_q^3} \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} z(x)^3 dx \approx \frac{1}{R_q^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^3 \quad (4.3)$$

$$R_{ku} = \frac{1}{R_q^4} \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} z(x)^4 dx \approx \frac{1}{R_q^4} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^4 \quad (4.4)$$

Die Kurtosis  $R_{ku}$  beschreibt die Steilheit der Höhenverteilung ( 4.4 ). Eine normalverteilte Oberfläche hat eine Kurtosis von 3. Hat die Oberfläche weniger hohe Spitzen und tiefe Täler, ist die Kurtosis kleiner drei und bei sehr hohen Spitzen und sehr tiefen Tälern ist die Kurtosis der Oberfläche größer drei.

### 4.3 Statistische Beschreibung der Oberflächengestalt

Zur statistischen Beschreibung der Oberflächen dienen die charakteristischen Kurven. Bei ihnen sind vor allem die Amplitudendichtekurve (Abb. 4.3) und die Materialanteilkurve (Abb. 4.4) zu nennen. In der nachfolgenden Abbildung ist die Amplitudendichtekurve  $p(z)$  für ein Rauheitsprofil dargestellt.



**Abb. 4.3 Amplitudendichtekurve eines Rauheitsprofils (in Anlehnung an [82])**

Mathematisch stellt sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\phi(z)$  der Rauheitsamplituden dar und beschreibt die relative Häufigkeit einer bestimmten Oberflächenhöhe  $z$  im entsprechenden Intervall. Näherungsweise kann sie also als Histogramm der Amplitudenwerte von  $z(x)$  gebildet werden. Die Fläche unter der Wahrscheinlichkeitsdichtekurve ist eins.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) dz = 1 \quad (4.5)$$

Bei normalverteilten Oberflächen lautet die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wie folgt:

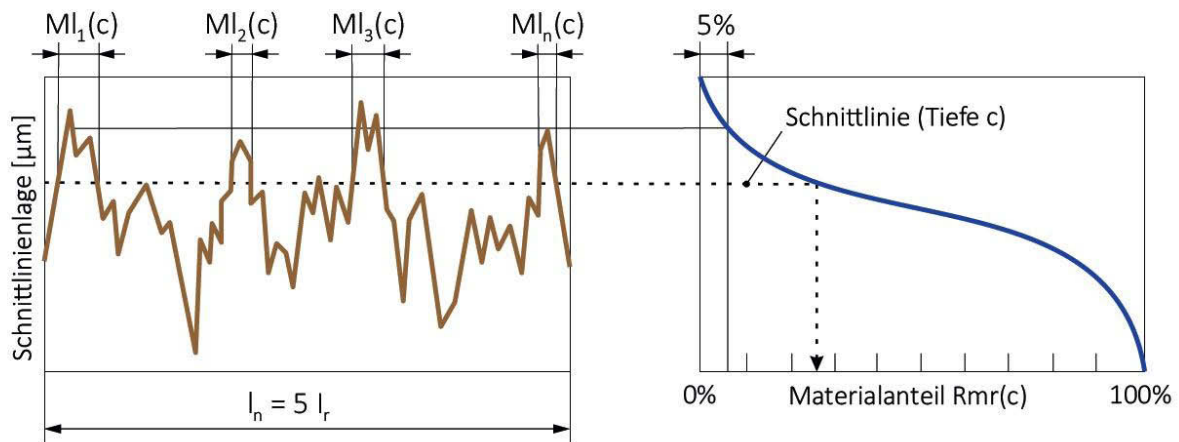
$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.6)$$

Die Materialanteilkurve ( $R_{mr}$ ) hingegen stellt den Materialanteil im Rauheitsprofil als Funktion der Schnitthöhe  $c$  dar (siehe Abb. 4.4). Sie ist die kumulierte Häufigkeit der Ordinatenwerte der Amplitudendichtekurve und wird auch Abbott-Firestone-Kurve genannt. Die Materialanteilkurve kann als Integral über die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\phi$  von  $z$  bis unendlich aufgefasst werden.

$$R_{mr}(z) = \int_z^{\infty} \phi(z) dz \quad (4.7)$$

Aus dem Rauheitsprofil ergibt sie sich, indem diejenigen Strecken, welche das Profil in der Schnitthöhenlage  $c$  schneiden (Materiallängen  $M_{l(c)}$  der Profilelemente), addiert und zur Gesamtmessstrecke  $l_n$  ins Verhältnis gesetzt werden (Abb. 4.4).

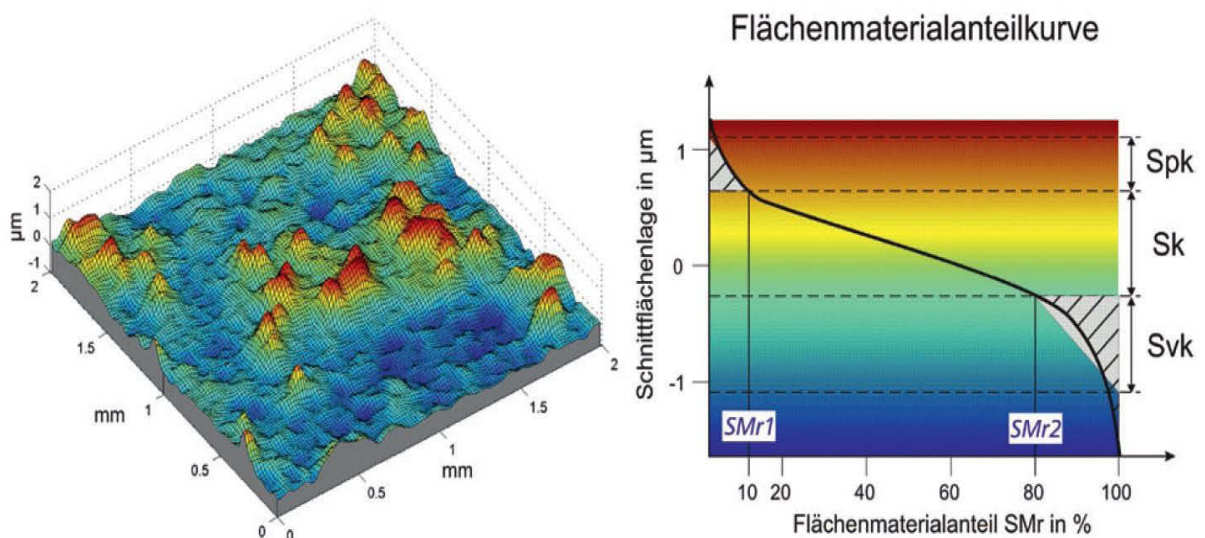
$$R_{mr(c)} = \frac{100}{l_n} \sum_{i=1}^n Ml_i(c) = \frac{M_{l(c)}}{l_n} [\%] \quad (4.8)$$



**Abb. 4.4 Materialanteilkurve (Abbott-Firestone-Kurve) (in Anlehnung an [82])**

Für gehonte, geläppte oder geschliffene Oberflächen besitzt die Abbott-Kurve den dargestellten S-förmigen Verlauf mit einem Wendepunkt.

Analog dazu kann nach DIN EN ISO 25178 für eine Fläche die 3D-Flächenmaterialanteilkurve gebildet werden (Abb. 4.5). Sie stellt den flächenhaften Materialanteil ( $S_{mr}$ ) in Abhängigkeit der Schnittflächenlage  $c$  für einen flächenhaften Definitionsbereich dar.



**Abb. 4.5 3D-Flächenmaterialanteilkurve nach ISO 25178 [84]**

In der nachfolgenden Tabelle sind noch einmal die relevanten 2D- und 3D-Kenngrößen der Oberflächen sowie die zugehörigen Normen gegenübergestellt.

**Tabelle 4-1 Gegenüberstellung von 2D- und 3D-Kenngrößen [51]**

|                            | 3D-Kenngrößen<br>Norm ISO 25178 | Bezeichnung   | 2-DKenngößen<br>ISO 4287/ISO<br>4288 ISO 13565-<br>2 |
|----------------------------|---------------------------------|---|--|
| Amplituden-<br>kenngößen   | $S_a$                           | Arithmetischer Mitten-<br>rauwert                                     | $R_a$  |
|                            | $S_q$                           | Quadratischer Mittenrau-<br>wert                                      | $R_q$  |
|                            | $S_z$                           | Maximale Höhe der<br>Oberflächentextur                                | $R_z$  |
| Räumliche<br>Kenngößen     | $S_{tr}$                        | Textur-Aspekt-Verhältnis  | -  |
|                            | $S_{al}$                        | Autokorrelationslänge<br>des schnellsten Abfall                       | -  |
| Hybride<br>Kenngößen       | $S_{dq}$                        | Mittlere quadratische<br>Oberflächensteigung                          | $R_{dqa}$  |
|                            | $S_{dr}$                        | Relatives Flächenver-<br>hältnis von Ist-Oberfläche<br>zur Messfläche | -  |
| Flächen-<br>materialanteil | $S_k$                           | Kernrautiefe  | $R_{ka}$   |
|                            | $S_{pk}$                        | Reduzierte Spitzenhöhe  | $R_{pka}$  |
|                            | $S_{vk}$                        | Reduzierte Riefentiefe  | $R_{vk}$   |
|                            | $S_{mr(c)}$                     | Flächenmaterialanteil   | $R_{mr(c)}$  |



#### 4.4 Konfokale Mikroskopie - Bestimmung der Oberflächenkenngößen

In dieser Arbeit erfolgte die Bestimmung der Oberflächenparameter kontaktlos mit Hilfe der konfokalen Mikroskopie (Abb. 4.6). Hierbei wird das Licht punktuell über eine Lochblende und dem Objektiv auf der Messoberfläche fokussiert. Das in der Fokalebene reflektierte Licht gelangt über den Strahlenteiler und einer weiteren Lochblende auf den Detektor. Der Detektionsfokus liegt dabei in der zur Fokalebene des Objektivs konjugierten Ebene. Somit liegen beide Fokusse übereinander (konfokal) und es kann der Abstand zum Messpunkt bestimmt werden. Das Streulicht und die Lichtanteile, welche nicht aus der Fokusebene stammen (grün gestrichelte Linie Abb. 4.6), werden dabei als Scheibe auf die zweite Lochblende projiziert und blockiert.

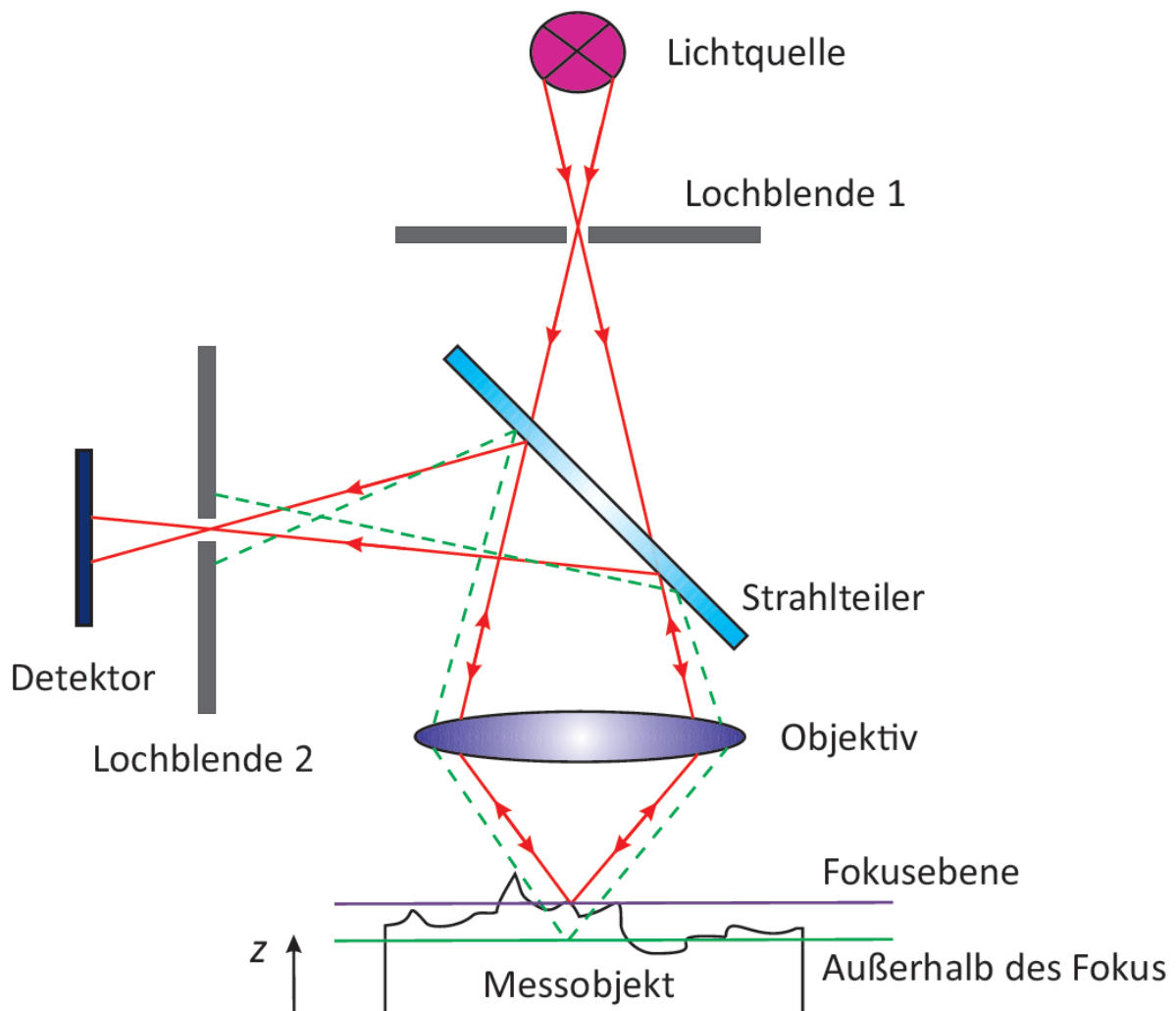


Abb. 4.6 Prinzip der konfokalen Mikroskopie [84]

Aufgrund der punktuellen Messung muss die zu messende Oberfläche gerastert abgetastet werden. Abhängig von der Art der Lichtquelle werden dafür verschiedene Verfahren eingesetzt. Wird weißes Licht mit Hilfe von LED's erzeugt, kommen häufig sogenannte Nipkow-Scheiben zum Einsatz. Auf diesen rotierenden Scheiben befinden sich mehrere spiralförmig angeordnete Löcher, wodurch mehrere Punkte gleichzeitig abgetastet werden können. In konfokalen Laserrastermikroskopen (oder CLSM, confocal laser scanning microscope) erfolgt eine mechanische Strahlennachführung mit einem Spiegelsystem.

Die in der Arbeit durchgeführten Messungen erfolgten mit dem konfokalem Laserrastermikroskop LEXT OLS 4000 der Firma Olympus.

**Tabelle 4-2 Technische Daten des CLSM LEXT OLS4000 [85][86][87]**

|                     | Horizontal XY   | Höhe Z   |
|---------------------|---|--|
| Auflösung           | 0,12 $\mu\text{m}$  | 0,01 $\mu\text{m}$   |
| Wiederholbarkeit    | 20x : $3\sigma n-1=0.1 \mu\text{m}$<br>50x: $3\sigma n-1=0.04 \mu\text{m}$<br>100x : $3\sigma n-1=0.02 \mu\text{m}$ | 20x : $\sigma n-1=0.040 \mu\text{m}$<br>50x: $\sigma n-1=0.012 \mu\text{m}$<br>100x : $\sigma n-1=0.012 \mu\text{m}$ |
| Genauigkeit:        | $\pm 2\%$ des Messwertes  | $< 0,2 + L/100 \mu\text{m}$<br>mit L= Messwert in $\mu\text{m}$  |
| Objektive           | 5x, 10x, 20x, 50x, 100x   |  |
| Optischer Zoom      | 1x - 8x   |  |
| Max Vergrößerung    | 108x - 17280x   |  |
| Effektives Messfeld | 2560x2560 - 16x16 $\mu\text{m}$   |  |

## 5 Experimentelle Bestimmung statistischer Oberflächeneigenschaften

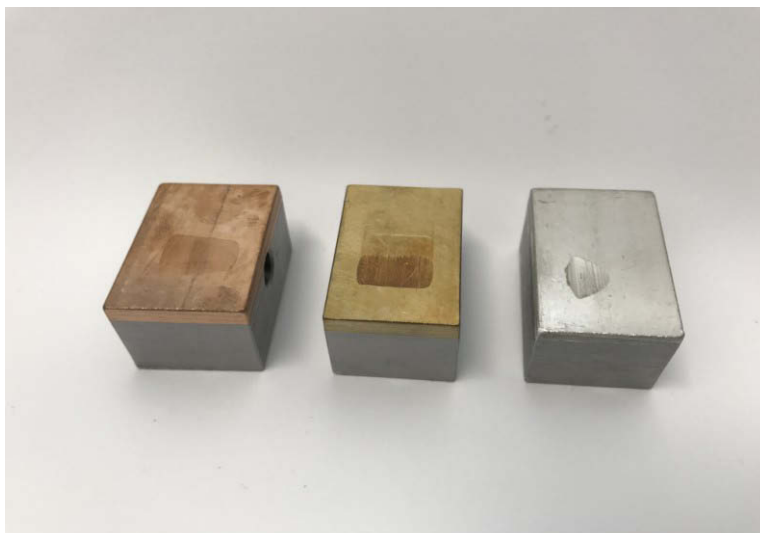
Um eine Datenbasis für die Tragfähigkeitsberechnung mit dem Mischreibungsmodell zu schaffen, wurden verschiedene Proben experimentell untersucht. Die benötigten statistischen Oberflächeneigenschaften (siehe 6.1.1) wurden mithilfe eines konfokalen Laserrastermikroskops (siehe Kapitel 4.4) berührungslos bestimmt.

### 5.1 Übersicht der verwendeten Probekörper

Die Bestimmung der flächenhaften, statistischen Kenngrößen erfolgt an zwei unterschiedlichen Probenarten. Zum einen an Beschichtungsproben, welche einen Ausschnitt aus dem Gleitlager darstellen und zum anderen an Proben, welche durch das Abformen von real gelaufenen Gleitoberflächen erzeugt wurden.

#### 5.1.1 Beschichtungsproben auf Stahlstützkörpern

Bei den festen Proben handelt es sich um Beschichtungsproben verschiedener Gleitlagerwerkstoffe für einen Reibradprüfstand ("block-on-ring" Tribometer, DIN ISO 7148-1). Die Proben bestehen aus quaderförmigen Stahlstützkörpern aus C40 (Abb. 5.1), welche mit den unterschiedlichen Gleitlagerwerkstoffen beschichtet wurden.



| Nr. | Legierung |
|-----|-----------|
| 1   | CuPb20Sn5 |
| 2   | CuPb20Sn8 |
| 3   | CuAl8     |
| 4   | CuAl10Fe  |
| 5   | WM80      |
| 6   | WM90      |

**Abb. 5.1** Proben verschiedener Gleitlagerbeschichtungsmaterialien und Übersicht der Legierungen

Durch die Verschleißversuche verfügen die Proben sowohl über eine Oberfläche in Auslieferungszustand und über einen eingelaufenen Bereich (siehe Abb. 5.1). Wie

der obenstehenden Abbildung entnommen werden kann, gab es sechs verschiedene Legierungen aus den Gruppen der Bleibronze-, der Zinn- und der Kupferlegierungen.

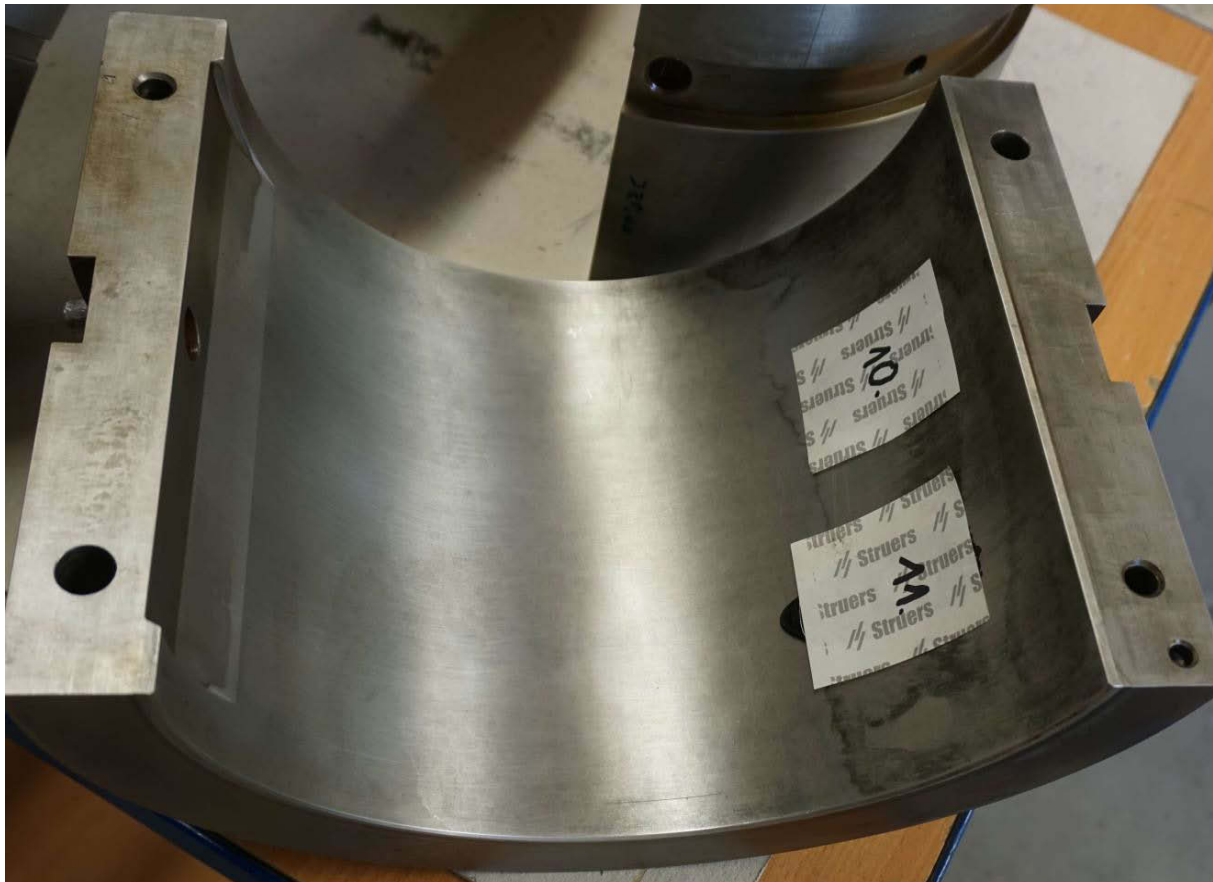
### 5.1.2 Silikonabdrücke abgeformter Gleitoberflächen

Für die Bestimmung der statistischen Gleitflächeneigenschaften standen noch real gelaufene Radialgleitlager aus SbSb8Cu4 (WM 89) mit C10 als Grundmaterial zur Verfügung. Der Durchmesser beträgt  $d = 460 \text{ mm}$ . Die Masse der Gleitlagerschalen hätte die Tragfähigkeit des Probentisches am Konfokalmikroskop überschritten, so dass kleinere Proben angefertigt wurden. Das Testlager sollte regeneriert und wieder verbaut werden, weshalb auf eine zerstörungsfreie Probengewinnung zurückgegriffen wurde. Für einen exakten 3D-Abdruck der Oberflächenstruktur kam das RepliSet F1 der Firma Struers zur Anwendung [88]. Hierbei handelt es sich um ein schnellhärtendes, Zweikomponenten Silikongummi zur Herstellung flexibler hochauflösender 3D-Abdrücke. Die Abformmasse gewährleistet eine Wiedergabe der Genauigkeit der Oberfläche bis zu  $0,1 \text{ }\mu\text{m}$ . [3]

In den nachfolgenden Abbildungen (Abb. 5.2 und Abb. 5.3) sind die Testlager 2 und 3 mit den Positionen der Probenentnahmen dargestellt.



Abb. 5.2 Positionen der Proben im Testlager 2



**Abb. 5.3 Positionen der Proben im Testlager 3**

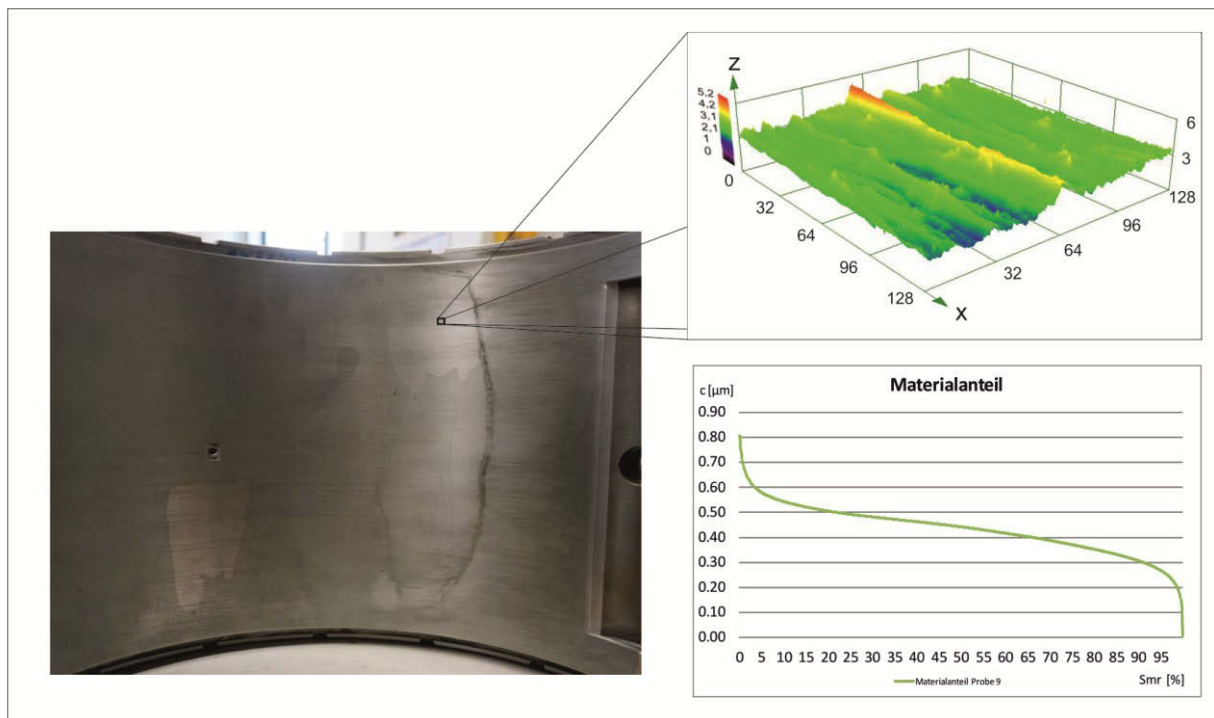
Wie in der Tabelle 4-1 dargestellt, wurden an diesen Testlagern 11 Oberflächenabdrücke erstellt. Die Proben 1 bis 4 wurden im Bereich der zerstörten Laufflächen abgeformt und sind deshalb für die weitere Betrachtung in der Arbeit ausgeschlossen. Somit standen sieben abgeformte Proben zur Verfügung.

**Tabelle 5-1 Übersicht der abgeformten Proben**

| Probennummer | Lager | Position                    |
|--------------|-------|-----------------------------|
| 5            | 2     | Axialer Anlaufbund          |
| 6            | 2     | Axialer Anlaufbund          |
| 7            | 2     | Lagerbohrung, Anlaufbereich |
| 8            | 2     | Lagerbohrung, Tragspiegel   |
| 9            | 2     | Lagerbohrung, Tragspiegel   |
| 10           | 3     | Lagerbohrung, Tragspiegel   |
| 11           | 3     | Lagerbohrung, Tragspiegel   |

## 5.2 Ergebnisse der statistischen Kennwertbildung

Für die Oberflächencharakterisierung wurden die Proben optisch vermessen. Die Größe des Auswertebereiches ist dabei abhängig von der gewählten Vergrößerung. Als Definitionsbereich für die beschreibenden Parameter der Oberfläche wurde die Gesamtgröße des Auswertebereiches festgelegt. Nachfolgend ist eine Beispielaufnahme (Abb. 5.4) bei einer 100-fachen Vergrößerung dargestellt. Hier wurden in x- und y-Richtung je 128 Messpunkte mit einem Abstand von  $0,125\ \mu\text{m}$  aufgenommen. Das abgebildete Oberflächenprofil entspricht einer Fläche von  $0,016\ \text{mm} \times 0,016\ \text{mm}$ .



**Abb. 5.4 Position der Messung, gemessenes Oberflächenprofil und ermittelter Materialanteil**

Die flächenhaften Kenngrößen werden für die primär erfasste Oberfläche softwareintern ermittelt. In der Grafik (Abb. 5.4) ist beispielsweise der flächenhafte Materialanteil  $Smr(c)$  dargestellt. Bei der Oberflächenprobe handelt es sich um einen Abdruck aus dem Tragspiegel des Gleitlagers. Die eingelaufene Oberfläche ist sehr gut an der plateauartigen Ausprägung der Materialanteilkurve zu erkennen.

Aus den unterschiedlichen Größen der Auswertebereiche resultiert eine unterschiedliche Anzahl an abgetasteten Datenpunkten. Um vergleichbare Ergebnisse zu generieren, wurde der Einfluss der Anzahl der Datenpunkte auf die Materialanteilkurve untersucht. Dafür wurden zwei Messreihen unter Variation der Vergrößerung am Beispiel zweier verschiedener Proben durchgeführt (Tabelle 5-2). In der ersten Ver-

suchsreihe entsprach bei jeder Messung der Definitionsbereich dem Auswertebereich. Dieser vergrößerte sich also mit der jeweils gewählten Vergrößerungsstufe des Messgerätes. In der zweiten Versuchsreihe wurde unabhängig vom Auswertebereich eine konstante Größe des Definitionsbereiches festgelegt. Dieser hatte eine Kantenlänge  $0,1 \text{ mm} \times 0,1 \text{ mm}$ .

Tabelle 5-2 Variationen in den Messreihen 1 und 2

| Messreihe       |      | 1                                       |   |         |   | 2  |   |         |   |
|-----------------|------|---|---|---------|---|--|---|---------|---|
| Randbedingungen |      | Auswertebereich =<br>Definitionsbereich |   |         |   | Definitionsbereich =<br>$0,1 \text{ mm} \times 0,1 \text{ mm}$ |   |         |   |
| Probennummer    |      | ADMOS 9                                 |   | ADMOS 7 |   | ADMOS 9  |   | ADMOS 7 |   |
| Vergrößerung    | x5   | +                                       | + | +       | + | +  | + | +       | + |
|                 | x10  | +                                       | + | +       | + | +  | + | +       | + |
|                 | x20  | +                                       | + | +       | + | +  | + | +       | + |
|                 | x50  | +                                       | + | +       | + | +  | + | +       | + |
|                 | x100 | +                                       | + | +       | + |  |   |         |   |

In Abb. 5.5 sind die Materialanteilkurven der Probe 7 bei unterschiedlicher Vergrößerung und damit bei unterschiedlicher Größe der Definitionsbereiche dargestellt (Messreihe 1).

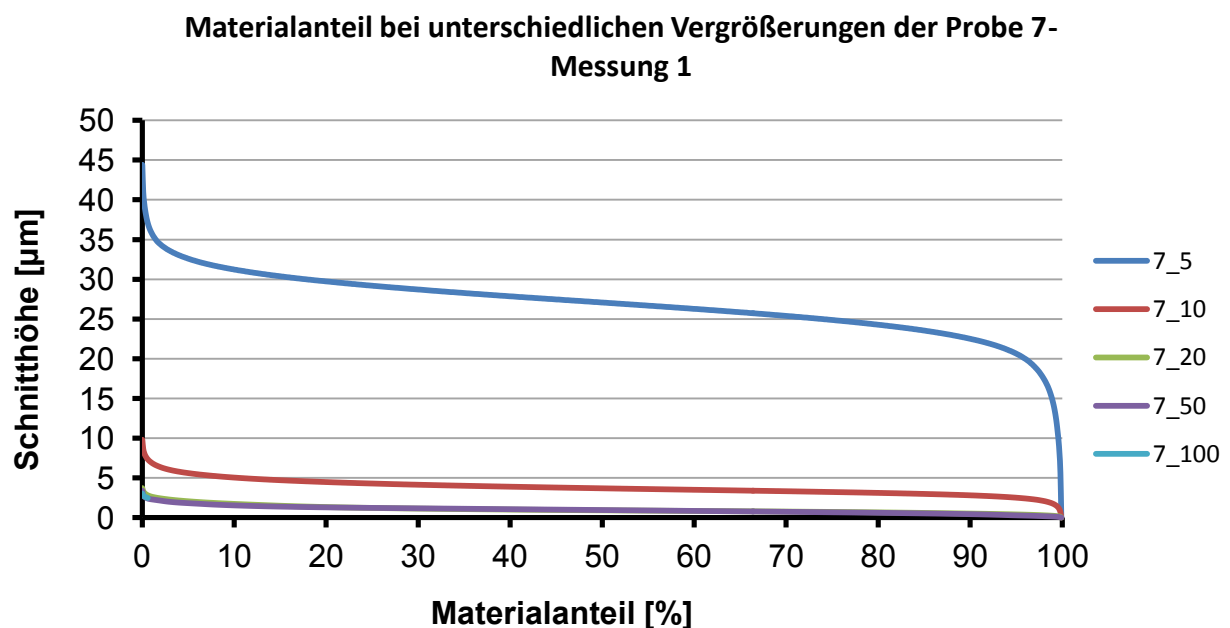


Abb. 5.5 Materialanteilkurve bei unterschiedlicher Vergrößerung



Als Metrik für den Vergleich der Graphen wurde die Wurzel der Quadratsumme gewählt. Allerdings besteht dabei das Problem, dass der Abstand mit Zunahme der Messwerte immer größer wird.

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f(x) - g(x))^2} \quad (5.1)$$

Deshalb wurde zusätzlich der Korrelationsfaktor  $r$  nach PEARSON ( 5.2 ) für die ermittelten Materialanteilkurven bestimmt.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5.2)$$

Die Tabelle 5-3 zeigt die Korrelationsfaktoren für die dargestellten Materialanteilkurven (Abb. 5.5) der Probe 7 aus der Messreihe 1.

**Tabelle 5-3 Korrelationsfaktoren der Materialanteilskurven für die Messung 7\_1**

|       | 7_5   | 7_10  | 7_20  | 7_50  | 7_100 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 7_5   | 1     |       |       |       |       |
| 7_10  | 0.960 | 1     |       |       |       |
| 7_20  | 0.912 | 0.989 | 1     |       |       |
| 7_50  | 0.948 | 0.991 | 0.986 | 1     |       |
| 7_100 | 0.950 | 0.992 | 0.990 | 0.996 | 1     |

Sowohl in der grafischen Darstellung (Abb. 5.5) als auch bei der Auswertung der Korrelationsfaktoren (Tabelle 5-3) ist zu erkennen, dass die Verläufe der Materialanteilskurven bei unterschiedlichen Vergrößerungen sehr gut die gleiche Oberfläche abbilden. Es wird aber auch deutlich, dass bei größeren Auswertebereichen (kleinere Vergrößerung) statistisch seltener auftretende, größere Rauheitsspitzen und tiefere Täler erfasst werden. Darüber hinaus wird für die Abbildung der einzelnen Rauheitsspitzen für die Flussanalyse eine bestimmte Auflösung benötigt.

Deshalb wurde für die Ermittlung der statistischen Oberflächenkennwerte die 20-fache Vergrößerung gewählt. Mit ihr ist es möglich, bei einem Tastabstand in x- und y-Richtung von 0,625 µm und einer Abtastrate von 640 Messpunkten einen Auswertebereich mit den Kantenlängen 0,4 mm x 0,4 mm zu erfassen. Das Auflösungsvermögen von 0,625 µm ist dabei ausreichend, um auch kleine Rauheiten durch mehrere Messpunkte bestimmen zu können. Weiterhin ist an den Korrelationsfaktoren zu



erkennen, dass die Verwendung einer noch feineren Auflösung keinen signifikanten Mehrwert bei der Oberflächenabbildung zur Folge hat.

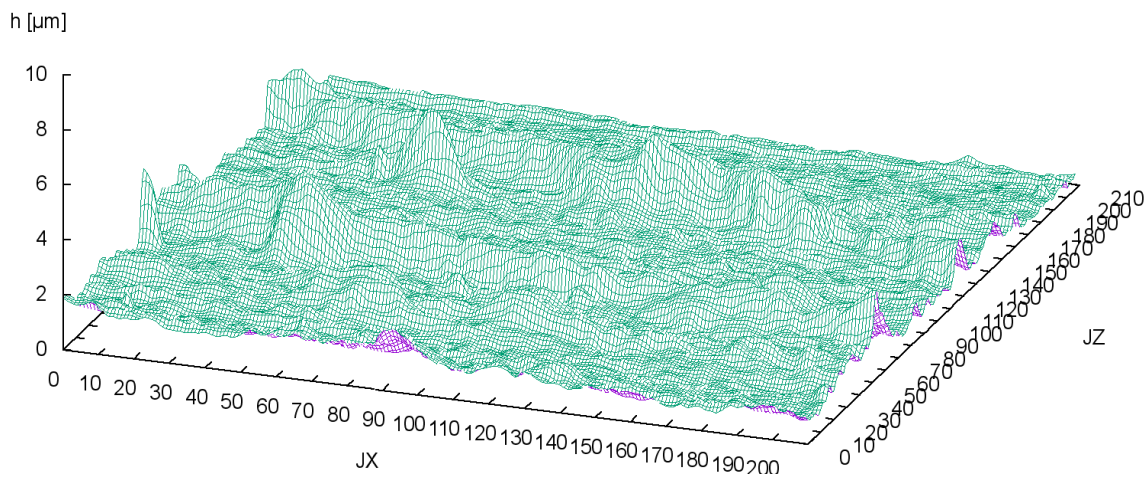
### **5.3 Aufbereitung der Messdaten für das System SIRIUS**

Als Schnittstelle zum System SIRIUS dient eine Ascii-Textdatei (.txt), sodass die experimentell ermittelten Messdaten (.csv) zusätzlich aufbereitet werden mussten. Die Aufbereitung erfolgte sowohl für die Materialanteilskurve, als auch für die gemessenen Rauheitswerte. Für die Materialanteilkurven gestaltete sich dies einfach. Die Funktionswerte der Materialanteilkurven lagen bereits als Vektor mit 1000 Elementen vor. Hier erfolgte eine Umwandlung in das Ascii-Format über das Programm Excel.

Die gemessenen Höheninformationen lagen in einer Matrix mit 640 x 640 Elementen vor, woraus sich eine Gesamtanzahl von 409 600 Datenpunkten ergibt. Aufgrund der programminternen Beschränkung von maximal 50 000 wurde die Anzahl der Datenpunkte auf 210 x 210 Elemente (44 100 Datenpunkte) verringert. Die Reduktion erfolgte über einen Algorithmus, welcher jeden dritten Messwert berücksichtigte. Damit reduzierte sich die effektive Auflösung der Oberflächentopographie von  $0,625\ \mu m$  auf einen Wert von  $1,875\ \mu m$ . Die Matrix der Höheninformation wurde ebenfalls in einer Ascii-Textdatei abgelegt.

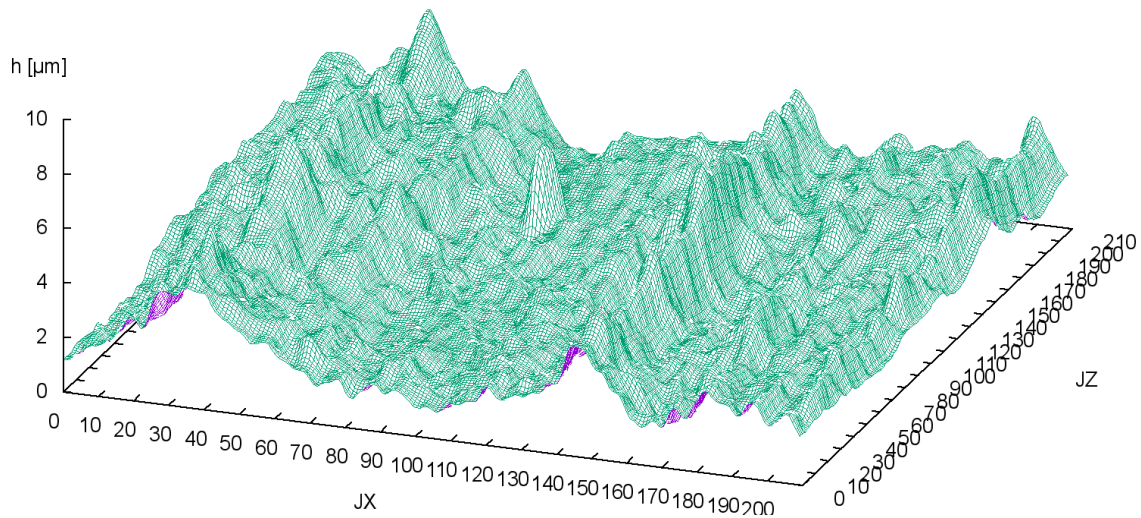
### 5.4 Auswahl repräsentativer Oberflächenproben

Für die Umsetzung des Mischreibungsmodelles wurden zwei repräsentative Messungen, sowohl für die parallele als auch die senkrechte Ausrichtung der Oberflächenrauheiten zur Strömungsrichtung, als Hauptbeispiele ausgewählt. Bei der ersten Probe (Probe 7) handelt es sich um ein Beispiel für die strömungsparallele Ausrichtung der Oberflächenrauheiten (Abb. 5.6). Diese ist aus einer Messung im Anlaufbereich der Gleitlagerschale (siehe Abb. 5.2) entstanden.



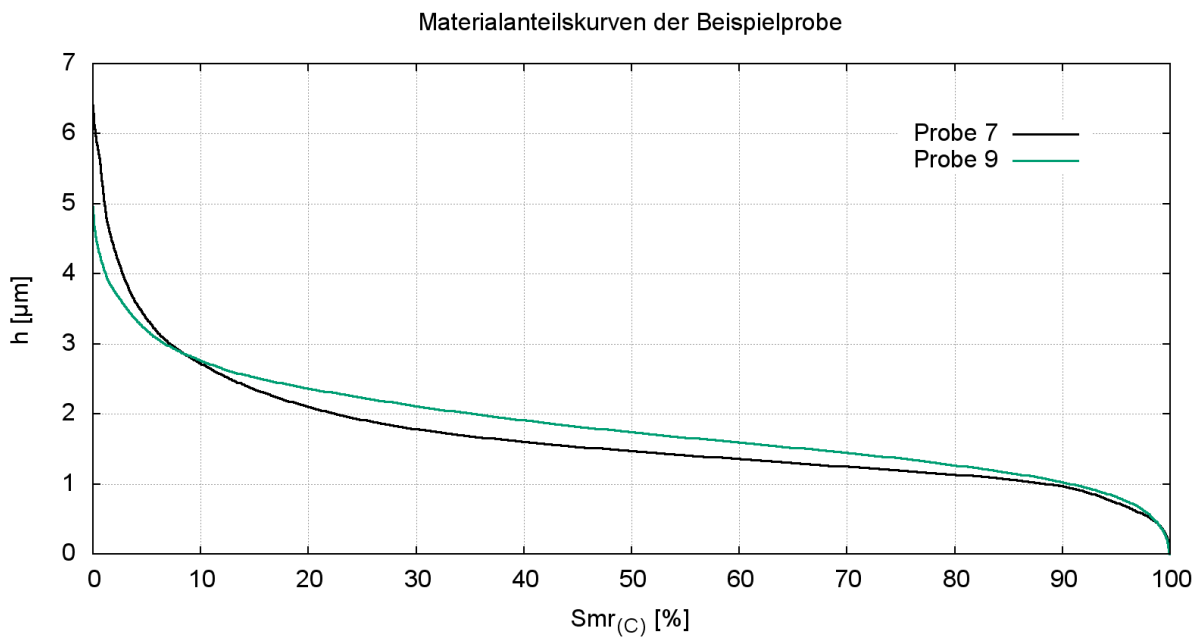
**Abb. 5.6 Beispiel 1 - Ausrichtung der Oberflächenrauheiten (Probe 7) parallel zur Strömungsrichtung**

Das zweite Beispiel steht exemplarisch für die senkrechte Ausrichtung der Oberflächenrauheiten zur Strömungsrichtung (Abb. 5.7) und ist aus einer Messung im Tragspiegel der Gleitlagerschale (Probe 9) entstanden. Normalerweise sind durch die Einlaufvorgänge die Rauheiten parallel zur Strömungs- bzw. Rotationsrichtung des Gleitlagers orientiert, sodass die Probe für die Messung um 90° gedreht wurde.



**Abb. 5.7 Beispiel 2 - Ausrichtung der Oberflächenrauheiten (Probe9) senkrecht zur Strömungsrichtung**

In der nachfolgenden Abbildung sind die zugehörigen flächenhaften Materialanteilkurven der beiden Beispielproben dargestellt. In beiden Fällen handelt es sich um eine plateauartige Oberfläche, welche für gleitende Kontakte prädestiniert sind.



**Abb. 5.8 Materialanteilkurven der Beispieloberflächen 1 und 2**

## 6 Mischreibung aufgrund statistischer Oberflächenkenngößen

Ziel dieser Arbeit ist das Erstellen eines Mischreibungsmodelles, welches die Betrachtung partiell und temporär auftretender Mischreibungsgebiete bei der Tragfähigkeitsberechnung hydrodynamischer Radialgleitlager ermöglicht. Dieses Modell soll an das, an der Universität Rostock entwickelte Simulationstool SIRIUS (siehe 2.2.3) gekoppelt werden. SIRIUS ist besonders für die schnelle Varianten- und Auslegungsberechnung von Gleitlagern geeignet. Dieser Charakter soll auch mit dem neuen Mischreibungsansatz erhalten bleiben. Als Ausgangspunkt für das Mischreibungsmodell dient der in Abschnitt 2.2.1 beschriebene Ansatz der *Lastaufteilung zwischen Festkörperkontakt und Flüssigkeitstragdruck* im Bereich der auftretenden Mischreibungsgebiete. Auf die direkte Kopplung der lokalen Rauheitsinformationen an die R-DGL wurde verzichtet, da dieses Vorgehen aufgrund der enormen benötigten Rechenkapazitäten für Flächenkontakte ungeeignet ist. Der Zusammenhang der Lastaufteilung ist in der nachfolgenden Darstellung (Abb. 6.1) schematisch dargestellt.

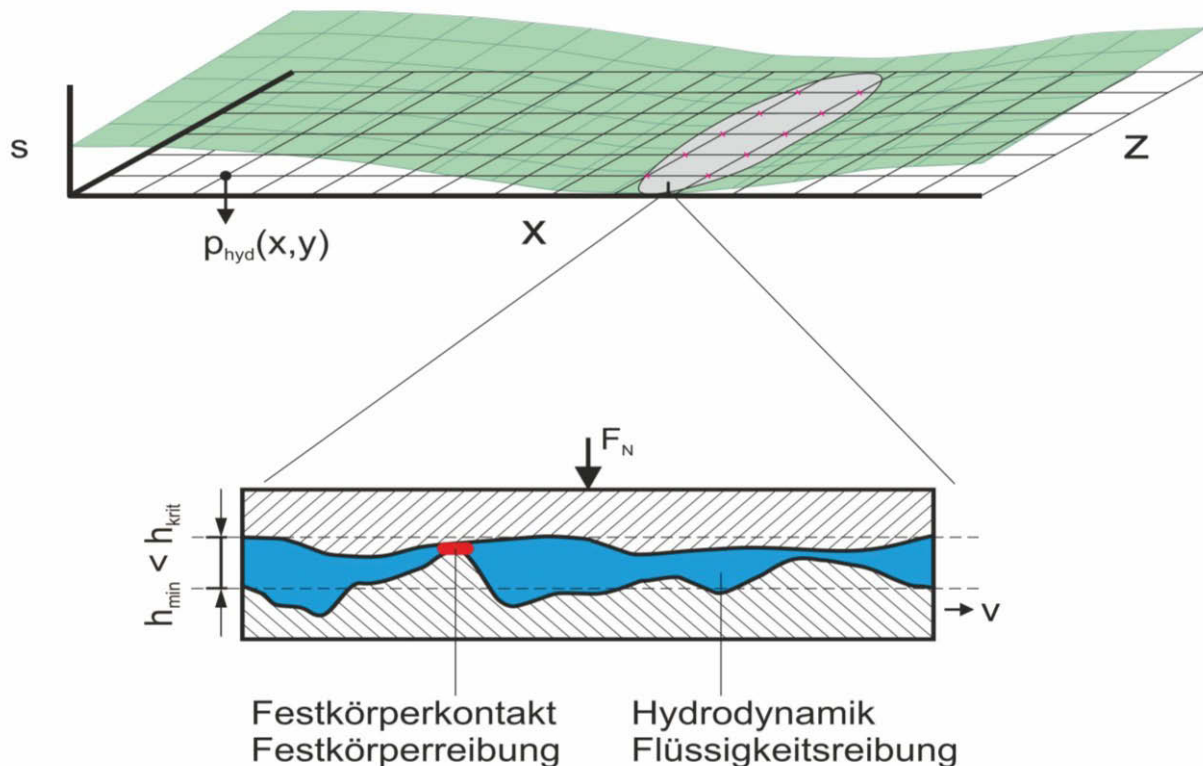


Abb. 6.1 Lastaufteilung im Mischreibungsbereich

Wie im Abschnitt 2.1.2 vorgestellt, ist Mischreibung definiert als das gleichzeitige Auftreten von Flüssigkeits- und Festkörperreibung und tritt dann auf, wenn die kritische Spalthöhe  $h_{krit}$  unterschritten wird und erste Rauheitsspitzen in Kontakt treten. Für die Bereiche in denen die Schmierspalthöhe  $h$  größer als die kritische Spalthöhe  $h_{krit}$  ist, erfolgt die Berechnung der Tragfähigkeit mit Hilfe der ideal glatten Hydrodynamik in SIRIUS ( $p_{hyd}$ ). Im ersten Schritt wird dabei der Einfluss der Oberflächenrauheiten auf den Druckaufbau vernachlässigt. Für die Bereiche der Lastaufteilung werden der hydrodynamische Traganteil  $p_{hyd}$  und der Festkörpertraganteil  $p_{fest}$  separat für jedes Gitterelement berechnet und anschließend die Gesamttragfähigkeit bestimmt.

Daraus ergaben sich für die Bildung des Mischreibungsmodelles folgende Teilaufgaben:

1. Charakterisierung der Oberflächentopografie der Lagerschale
2. Lokalisierung der Mischreibungsgebiete
2. Korrektur des Flüssigkeitstragdruckes
3. Berechnung des Festkörperkontaktdruckes
4. Quantifizierung der Reibung

### 6.1 Beschreibung des theoretischen Mischreibungsmodelles

Das vorliegende Mischreibungsmodell wird an dem, in die Ebene abgewickelten Schmierspalt erläutert. In der nachfolgenden Abbildung (Abb. 6.2) ist exemplarisch ein abgewickelter symmetrischer Schmierspalt dargestellt.

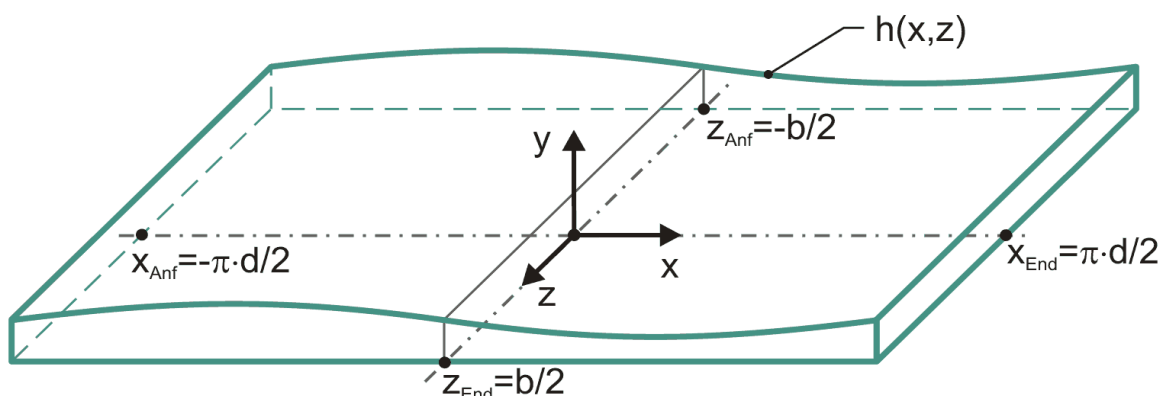


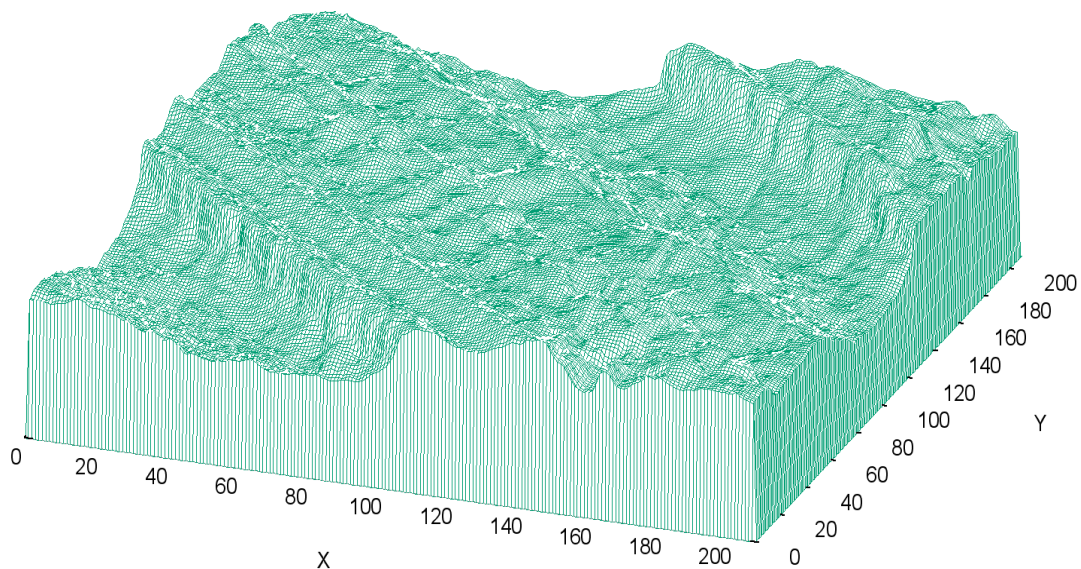
Abb. 6.2 Abgewickelter Schmierspalt eines symmetrischen Gleitlagers

Die X-Koordinate definiert den Schmierspalt in Umfangsrichtung und die Z-Koordinate das Lager in Breitenrichtung. Die Y-Koordinaten bilden die Schmierspalthöhe ab, welche in der Matrix  $h(x, z)$  die gesamte Schmierspaltgeometrie beschreiben. Der abgewinkelte Lagerspalt wird in ein Rastergitter aufgeteilt mit einer äquidistanten Schrittweite von  $NX$  Elementen in X-Richtung und  $NZ$  Elementen in Z-Richtung.

Des Weiteren geht das vorliegende Mischreibungsmodell von der Paarung einer glatten Wellen- und einer rauen Lagerschalenoberfläche aus. Untersuchungen haben gezeigt, dass der Unterschied zu der Paarung rau/rau dabei vernachlässigbar ist. [89]<sup>9</sup>

### 6.1.1 Charakterisierung und Definition der Oberflächentopografie

Eine große Herausforderung bei der Betrachtung rauer Oberflächen in hydrodynamisch geschmierten Gleitkontakten ist die Zufälligkeit der zu beschreibenden Oberflächenstruktur. Grundlegend lassen sich zwei Ansätze für die Oberflächendefinition unterscheiden: der stochastische und der deterministische Modellansatz.



**Abb. 6.3 Beispiel für die deterministische Oberflächenmodellierung**

Die Grundlage der schnellen Berechnung der hydrodynamischen Vorgänge im System SIRIUS ist die beschriebene zweidimensionale Modellierung des Lagerspaltes (siehe auch Kapitel 3.5). Gleichzeitig stellt das programminterne Auflösungsvermögen der ebenen Schmierspaltfläche einen limitierenden Faktor dar. Mit der aktuell

<sup>9</sup> in[89] S. 9



realisierten Gitterauflösung von 50 000 Elementen ist die exakte Auflösung der mikrogeometrischen Gestaltabweichung der Schmierspaltoberfläche mit den lokalen Höheninformationen an jedem Punkt nicht möglich. Die exakte deterministische Oberflächenbeschreibung (Bsp. in Abb. 6.3) für die gesamte Lagerschalengeometrie scheidet somit für dieses Modell aus. Die statistischen Modellansätze verzichten auf die ortsgenaue Auflösung der Kontakte und bilden die hervorgerufene Kraftwirkung aufgrund der Gesamtheit der Berührungen im Auswertebereich ab. Laut Definition, stellt die Oberflächenrauheit "[...] eine dreidimensionale stochastische Verteilung von "Rauheitshügeln" und "Rauheitstälern" dar" ([90] S. 33). Aus diesem Grund liegt es nahe, die Charakterisierung der Oberfläche mithilfe der statistischen Kenngrößen durchzuführen. Ausgehend von vermessenen, realen Gleitlageroberflächen erfolgte die statistische Kennwertbildung für einen repräsentativen Ausschnitt ( $\Delta X * \Delta Z$ , siehe Abb. 3.5). Für die statistische Charakterisierung der Oberflächentopographie wird der, in Abschnitt 4.3 beschriebene, flächenhafte Materialanteil in Form der Materialanteilkurve  $S_{mr}(c)$  verwendet (auch Abbott-Firestone-Kurve genannt) [82] [90]. Mathematisch stellt sie die kumulative Häufigkeitsfunktion der Höhenmesswerte  $z(x, y)$  dar und gibt das Verhältnis der Fläche des Materials zur Fläche des Auswertebereiches für eine festgelegte Höhe  $c$  an. (siehe Abb. 6.4).

### Abbott-Kurve

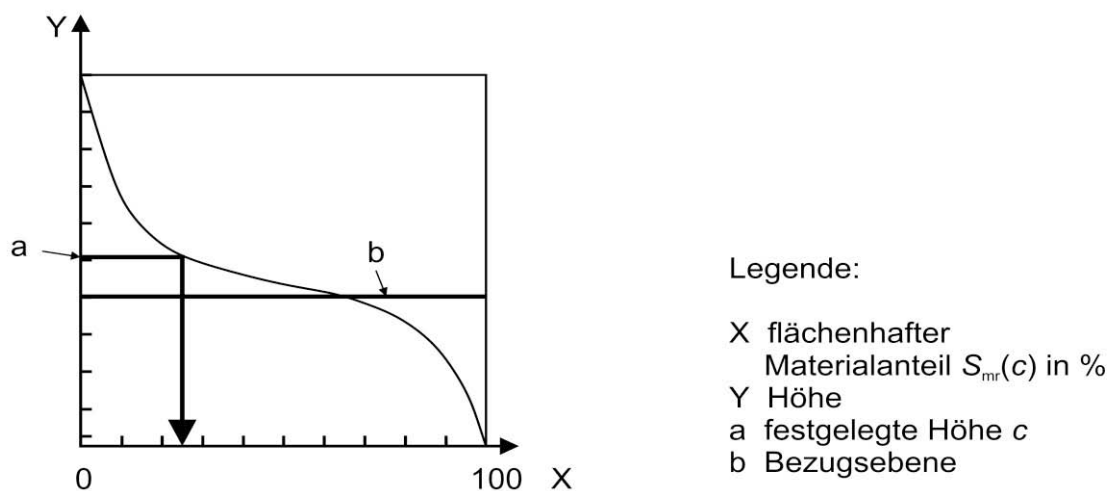
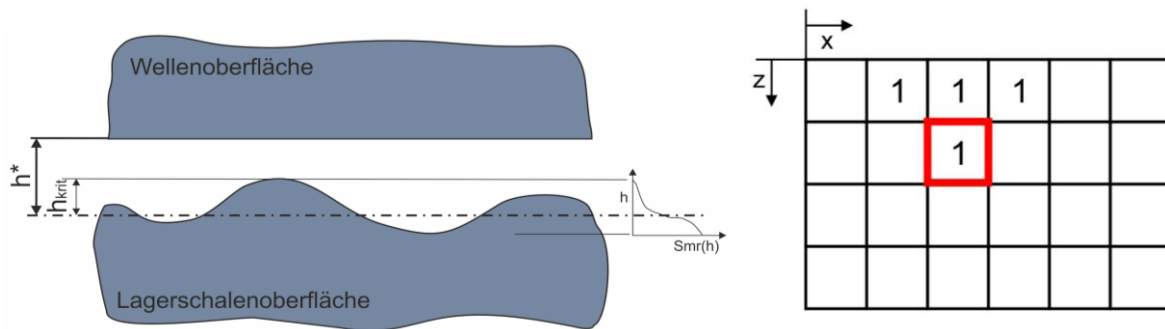


Abb. 6.4 Darstellung der Abbott-Kurve in Anlehnung an [91]

### 6.1.2 Lokalisierung der Mischreibungsgebiete

Zu Anfang des Kapitels wurde der Beginn der Mischreibung, mit dem Ersten in Kontakt treten der Oberflächenrauheiten, definiert. Als kritische Spalthöhe kann also die experimentell bestimmte, höchste Rauheitshöhe  $R_p$  verwendet werden. Das Festkörpertragdruckmodell der Mischreibungsbetrachtung kommt nur für die Gitterelemente mit  $h(x, z) < h_{krit}$  zur Anwendung, sodass ein Abgleich der Schmier-spalthöhen erfolgen muss. Ein erster glatter Berechnungslauf liefert dafür die Anfangsschmier-spalthöhenverteilung  $h(x, z)$ .



**Abb. 6.5 a) Definition der kritischen Schmier-spalthöhe b) Kontrollmatrix KMS zur Bestimmung des Mischreibungsgebietes**

Der Abgleich der Spalthöhe (wenn  $h(x, z) < h_{krit}$  dann Wert=1) liefert eine Kontrollmatrix KMS, in der die Ausdehnung der Mischreibungsgebiete abgelesen werden kann (siehe Abb. 6.5 b). Die Matrixgröße entspricht, mit  $NX \cdot NZ$  Elementen, dabei der Gitteraufteilung des in die Ebene abgewickelten Schmier-spaltes. Für die ermittelten Bereiche erfolgt die Lösung des Mischreibungsmodelles. Ausgehend von dem im Abschnitt 3.5 vorgestellten Lösungsverfahren, ist das Mischreibungsmodell so aufgebaut, dass für jedes besetzte Feld der Kontrollmatrix die Gesamttragfähigkeit in dem entsprechenden Gitterelement bestimmt wird.

### 6.1.3 Berechnung des Flüssigkeitstragdruckes

Die Berechnung des Flüssigkeitstragdruckes erfolgt mit dem Tool SIRIUS, basierend auf den in Abschnitt 2.2.3 dargestellten theoretischen Grundlagen der erweiterten Schmiertheorie nach WEGMANN mit den dort geltenden Randbedingungen.

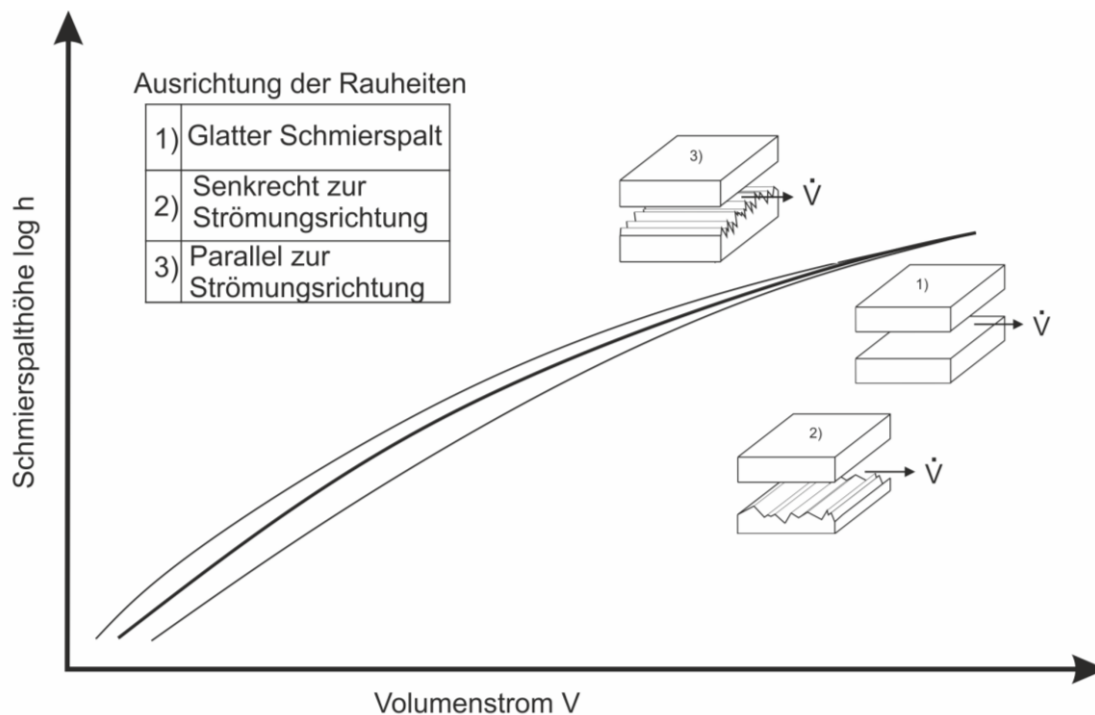
Für die Betrachtung der Mischreibungsvorgänge sollte der Einfluss der Rauheitsspitzen auf den Flüssigkeitstragdruck nicht vernachlässigt werden, da dieser mit abnehmender Spalthöhe zunimmt. Bereits vor dem in Kontakt treten der ersten Rauheitsspitzen konnte eine flussfördernde bzw. flussmindernde Wirkung nachgewiesen wer-



den [31] [92]. Wie im Abschnitt 2.2.1 beschrieben ist der aktuelle Stand der Technik die Berücksichtigung des Einflusses der Rauheiten durch sogenannte Flussfaktoren. Dies sind Korrekturfaktoren, welche den Durchfluss in Abhängigkeit der Orientierung der Oberflächenrauheiten reduzieren oder erhöhen.

### Anpassung des Flüssigkeitstraganteils durch Höhenkorrektur

Im Folgenden wird eine eigene Modellvorstellung erläutert, welche die Anpassung des hydrodynamischen Traganteils durch eine Korrektur der Schmierpalhöhe ermöglicht. Ausgangspunkt ist der Vergleich der berechneten Volumenströme sowohl über den glatten als auch über den rauen Schmierpalt. Quantitativ sind die Zusammenhänge zwischen dem Volumenstrom und der Schmierpalhöhe in Abb. 6.6 dargestellt.

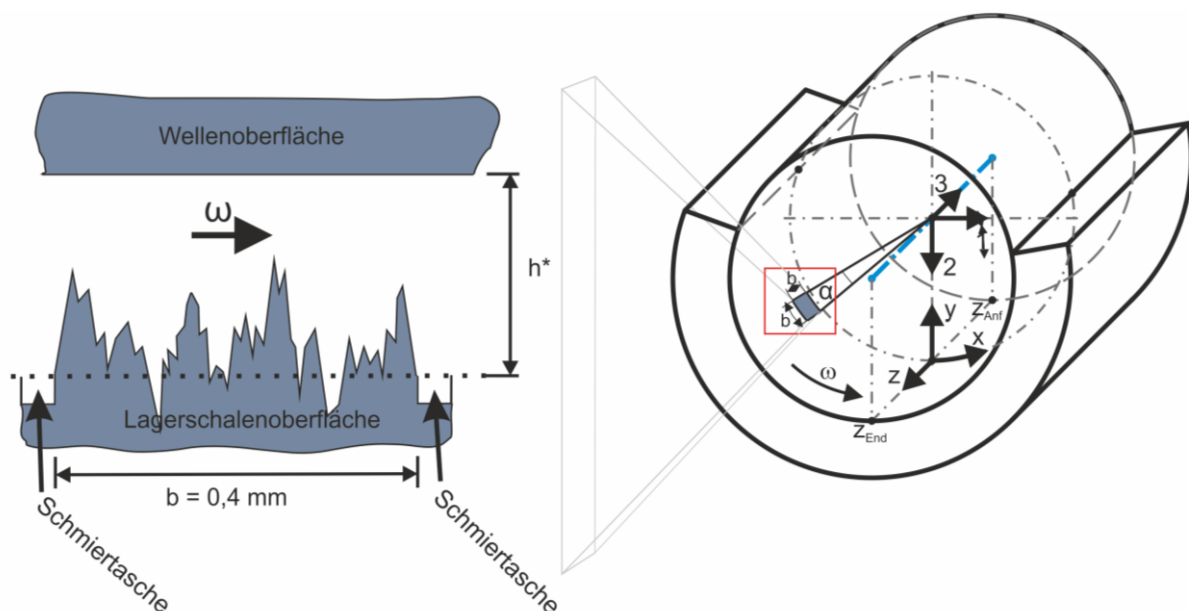


**Abb. 6.6 Qualitative Darstellung der Volumenströme über den glatten und rauen Schmierpalt**

Der mittlere Graph (1) stellt den Volumenstrom über dem glatten Schmierpalt dar und dient als Ausgangspunkt der Betrachtung. Deutlich ist zu erkennen, dass sich der Volumenstrom mit zunehmender Schmierpalhöhe vergrößert. Dem gegenübergestellt sind zwei Volumenströme, welche über zwei unterschiedliche, raue Schmierpalt ermittelt wurden. Sehr gut zu erkennen ist dabei der Einfluss der rauen Oberfläche auf die Größe des Volumenstromes. Die rauen Schmierpaltoberflächen un-

terscheiden sich in der Orientierung der Oberflächentopographie. Exemplarisch ist die Ausrichtung senkrecht (Graph 2) und parallel zur Strömungsrichtung (Graph 3) dargestellt. Bei einer Ausrichtung der Oberflächentopografie senkrecht zur Strömungsrichtung fungieren die Rauheitskanäle als eine Art Drainagekanal. Es kommt zu einem erhöhten Abfluss des Schmiermediums über die Seitenränder des betrachteten Volumenelements. Dies führt zu dem in Abb. 6.6 dargestellten höheren Volumenstrom  $\dot{V}$  in Strömungsrichtung. Die Orientierung der Rauheiten parallel zur Strömungsrichtung hat hingegen eine Verringerung des Volumenstromes  $\dot{V}$  zur Folge.

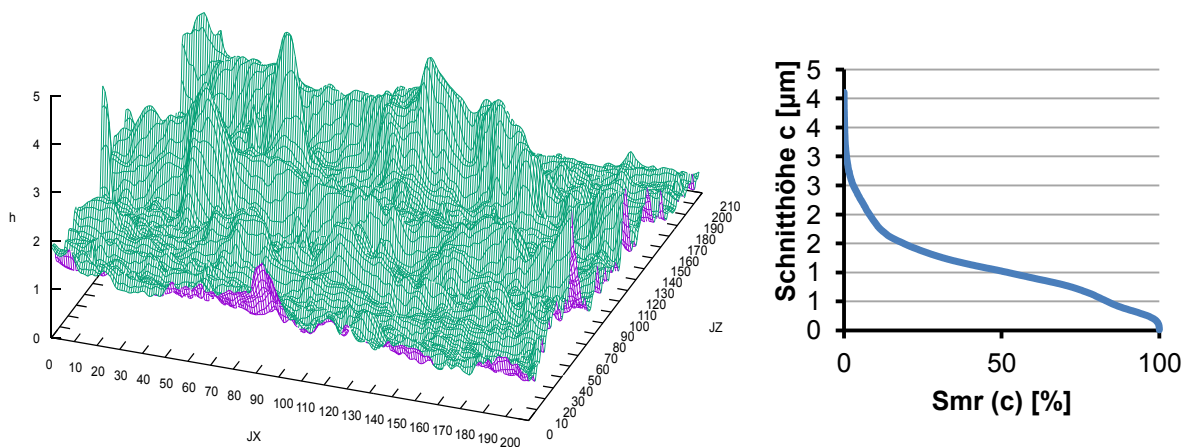
Die Ermittlung des Volumenstromes über den rauen parallelen Schmierspalt erfordert einen zusätzlichen separaten Berechnungsdurchlauf. Dieser kann ebenfalls mit dem Simulationstool SIRIUS erfolgen. Durch die Anpassung der Randbedingungen ist es möglich, einen parallelen Schmierspalt, als Ausschnitt eines großen Lagers abzubilden. Unter Berücksichtigung der Rauheitsmesswerte als Formabweichung der Lagerschale kann so eine Flusssimulation durchgeführt werden. Es wird ein hydrodynamisches Radialgleitlager mit hinreichend großem Durchmesser  $r$  gewählt (Abb. 6.7), sodass die Krümmung  $k$  des modellierten Lagerausschnittes vernachlässigbar klein wird.



**Abb. 6.7 Modell des Lagerausschnittes für die Volumenstromberechnung**

Die Größe des Lagersegmentes wurde dabei so gewählt, dass die Auflösung der abgewinkelten Schmierspaltfläche im System SIRIUS der Auflösung der messtechnisch

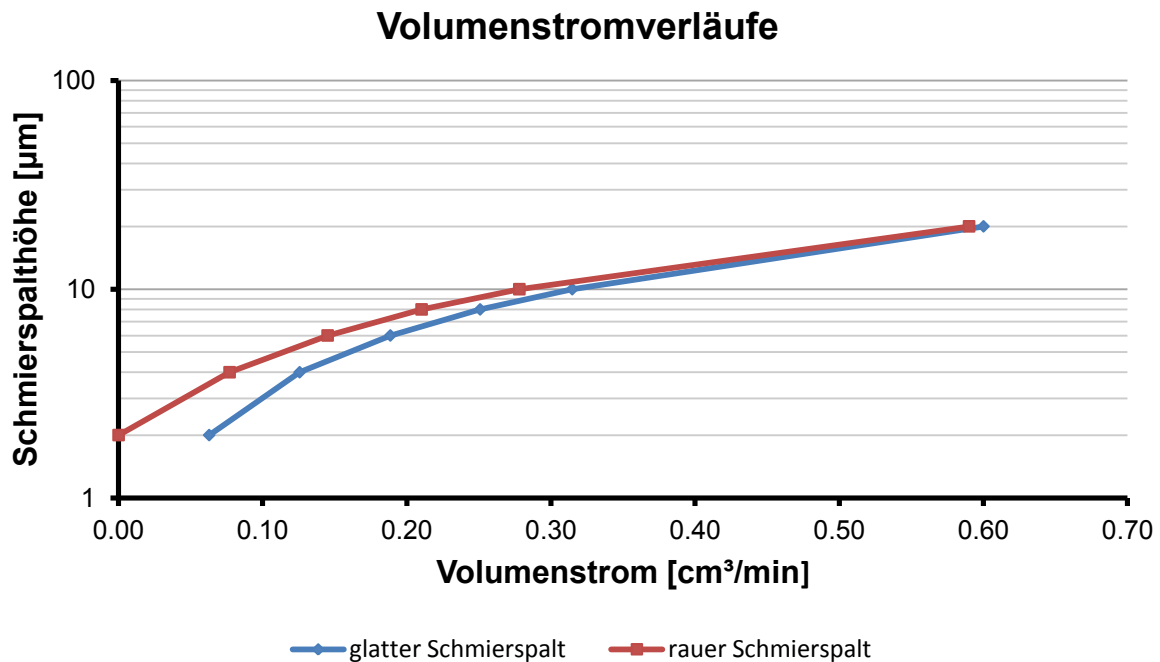
ermittelten Datenmatrix der Rauheitswerte entspricht. Dies hatte das Ziel, die Höhe in jedem Gitterelement durch einen Rauheitsmesswert abbilden zu können. Um die programminterne maximale Auflösung von 50 000 Gitterelementen nicht zu überschreiten, wurden die Messdaten auf eine Matrixgröße von 210x210 Elemente reduziert. Die Vorgehensweise bei der Datenreduzierung, sowie die Untersuchung der Genauigkeit der Algorithmen können dem Abschnitt 5.3 entnommen werden. Die Abstände zwischen den einzelnen Messwerten betrug  $1,875 \mu\text{m}$ , sodass ein Lagersegment mit einer Kantenlänge von  $b = 0,4 \text{ mm}$  erzeugt wurde. Für das modellierte Lagersegment werden die Rauheitswerte als punktförmige Formabweichungen der Lagerschale eingelesen. Die verwendeten Oberflächenwerte entsprechen einer Oberflächenprobe aus dem Tragspiegel (Probe 7, Messung 1 siehe Tabelle 5-1). Wie in der nachfolgenden Abbildung (Abb. 6.8) zu erkennen ist, orientieren sich die Oberflächenrauheiten parallel zur Strömungsrichtung. In der zugehörigen Materialanteilskurve ist zu erkennen, dass diese Probe eine maximale Rauheitsamplitude von etwa  $h = 4,2 \mu\text{m}$  besitzt.



**Abb. 6.8** Darstellung der Oberflächentopographie mit zugehöriger flächenhaften Materialanteilskurve

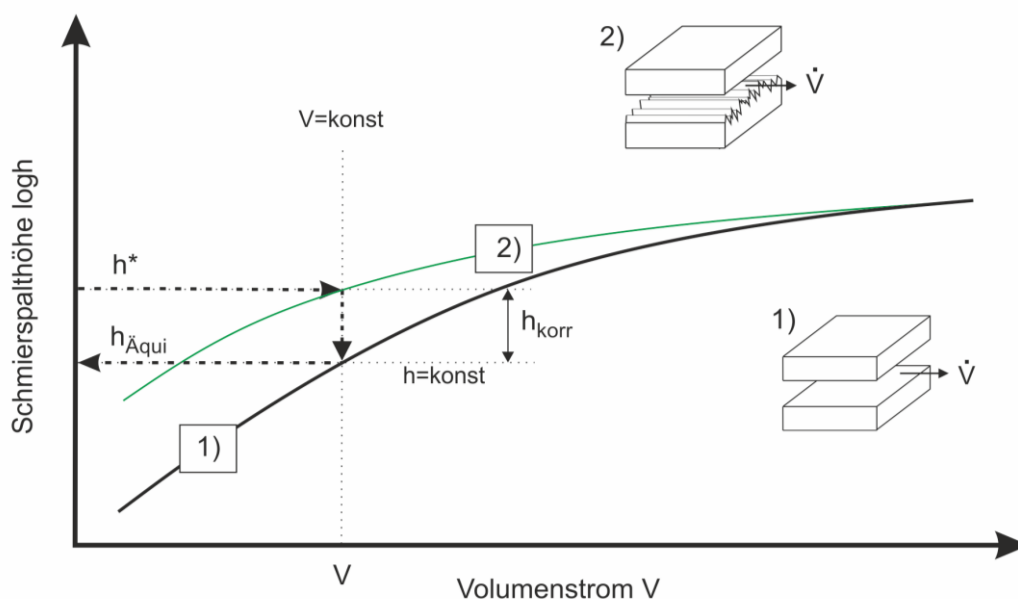
Die hydrodynamische Berechnung liefert die Volumenströme  $\dot{V}$  über den Schmier-spalt für unterschiedliche Spalthöhen. Die berechneten Volumenstromverläufe über den glatten und den rauen Schmier-spalt in Abhängigkeit der Schmier-spalthöhe sind in der nachfolgenden Abb. 6.9 exemplarisch dargestellt. Wie erwartet, ist der Volumenstrom über den rauen Schmier-spalt im Bereich der Rauheitsspitzen größer als über dem glatten Schmier-spalt. Ebenfalls lässt sich der erwähnte Einfluss der Rauheitsspitzen, vor dem Auftreten von Festkörperkontakten, auf den Durchfluss be-

obachten. Ist die Schmierpalthöhe ausreichend groß, gleichen sich die Volumenströme an und der Einfluss der Oberflächenrauheit verschwindet.



**Abb. 6.9 Volumenstromverlauf in Abhängigkeit der Spalthöhe bei glatter und rauer Oberfläche**

In dem Modell der theoretischen Mischreibungsbetrachtung erfolgt die Korrektur des hydrodynamischen Traganteils über die Schmierpalthöhenkorrektur, also über das dargestellte Kennfeld der Volumenströme bezogen auf die zugehörigen Spalthöhen. In der nachfolgenden Abbildung ist das Vorgehen schematisch dargestellt.



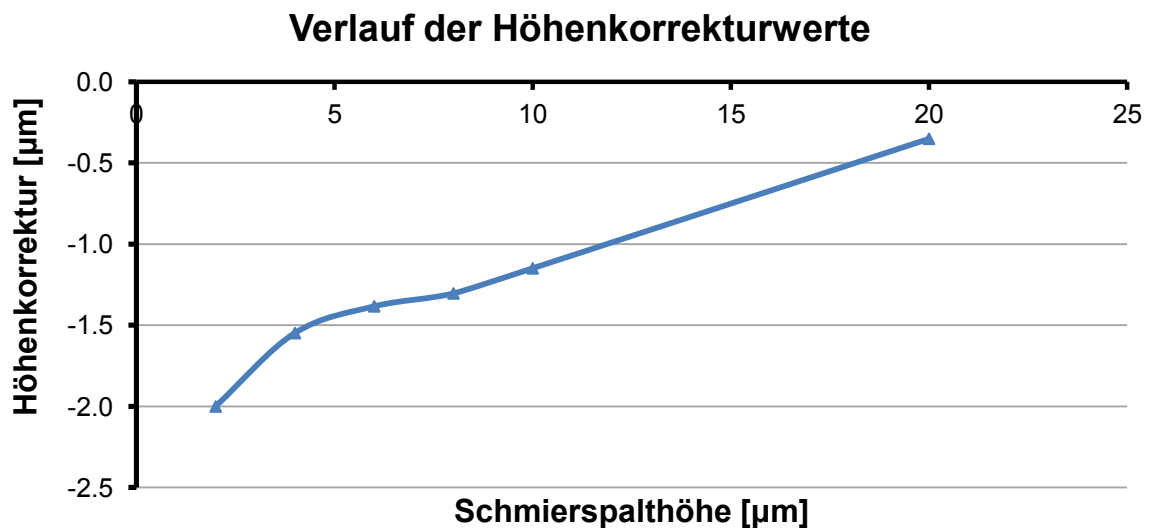
**Abb. 6.10 Vorgehen bei der Ermittlung der äquivalenten glatten Schmierpalthöhe**

Ausgangspunkt ist dabei die errechnete glatte Schmier-spalthöhe  $h$  aus der Anlaufrechnung. Diese stellt die fiktive nominelle Schmier-spalthöhe  $h_{rau}$ , im theoretischen Mischreibungsgebiet, dar. Da durch die Hydrodynamik nur eine ideal glatte Betrachtung möglich ist, wird nun die Höhe ermittelt, welche bei der glatten hydrodynamischen Berechnung die gleichen Volumenströme liefert wie im rauen Schmier-spalt. Dafür wird aus dem Kennfeld die Größe des Ausgangsvolumenstromes  $V_{rau}(h_{rau})$  in dem rauen Schmier-spalt bestimmen. Wird dieser Wert mit dem Volumenstrom in einem glatten Schmier-spalt gleichgesetzt, kann die äquivalente glatte Schmier-spalthöhe  $h_{\ddot{a}qui}$  ermittelt werden (Abb. 6.10). Somit gilt:

$$V_{rau}(h_{rau}) = V_{glatt}(h_{\ddot{a}qui}) \quad (6.1)$$

$$h_{korr} = h_{\ddot{a}qui} - h_{rau} \quad (6.2)$$

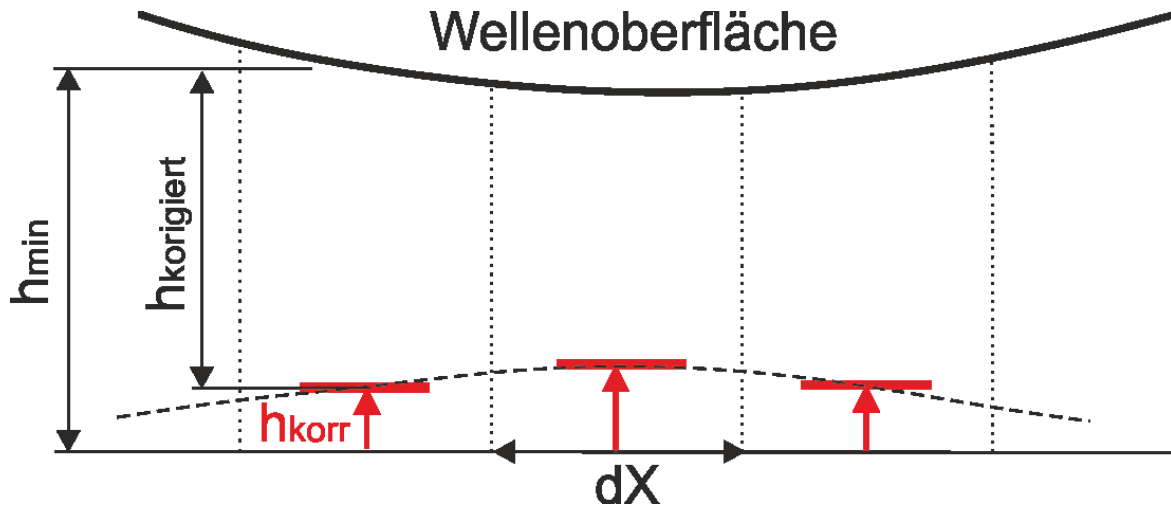
Die Differenz der Schmier-spalthöhen bei gleichem Volumenstrom stellt den Korrekturwert  $h_{korr}$  dar. Wird dieser in Abhängigkeit der Spalthöhe dargestellt, ergibt sich die hydrodynamische Korrekturfunktion.



**Abb. 6.11** Verlauf der Höhenkorrekturwerte für die Bestimmung der äquivalenten Schmier-spalthöhe

Mithilfe der dargestellten spalthöhenabhängigen Korrekturfunktion erfolgt die Anpassung der lokalen Spalthöhe für jedes Gitterelement der Ausgangsgeometrie. In der nachfolgenden Darstellung (Abb. 6.12) ist der Zusammenhang für ein Element im Bereich des engsten Schmier-spalttes dargestellt. Die Ausgangshöhe  $h_{min}$  wird um den Korrekturwert  $h_{korr}$  der entsprechenden Schmier-spalthöhe reduziert. Der Korrekturwert kann dabei als punktweise gegebenen Formabweichung der Ausgangsgeo-

metrie interpretiert werden. Die Gesamtheit der korrigierten Werte  $h_{korrigiert}(x, z)$  bildet die Spaltgeometrie für den nächsten Berechnungsdurchlauf ab.



**Abb. 6.12 Höhenkorrektur im Bereich des engsten Schmierpaltes**

Die anschließende glatte hydrodynamische Berechnung mit der äquivalenten glatten Schmierpalthöhe liefert für die Mischreibungsbereiche die theoretischen rauen Volumenströme und damit den angepassten hydrodynamischen Tragdruck. In den Bereichen vor den ersten Festkörperkontakten ( $3 > \lambda > 1$ ) kann durch die Korrektur der Spalthöhe der Einfluss der Rauheitsspitzen auf den hydrodynamischen Strom abgebildet werden.

### 6.1.4 Berechnung des Festkörpertraganteils

Zur Bestimmung des Festkörpertraganteils wird im ersten Schritt der reale in kontaktstehende Flächenanteil aufgrund der rauen Oberfläche bestimmt. Für das Modell mit rauer Lager- und glatter Wellenoberfläche kann dafür der flächenhafte Materialanteil so interpretiert werden, dass bei gleichsetzen der aktuellen Schmierpalthöhe  $h$  mit  $c$ , der aktuelle Kontaktflächenanteil  $S_{mr}(c) = S_{mr}(h)$ , bezogen auf den Auswertebereich, ausgelesen werden kann. Zum besseren Verständnis ist im nachfolgenden die Definition des Materialanteils an einem Ausschnitt einer realen Oberfläche dargestellt (Abb. 6.13). Die festgelegte Höhe  $c$  kann als Schnittflächenlage der glatten Wellenoberfläche angesehen werden, welche die überstehenden Rauheitsspitzen (Kuppen) abtrennt. Das Verhältnis der so entstehenden Materialoberfläche  $A_{real}$  zum jeweiligen Auswertebereich  $A_o$  stellt den Materialanteil  $S_{mr}$  für die jeweilige Schnittflächenlage  $c$  dar und kann als realer Kontaktflächenanteil  $\alpha_{real}$  betrachtet werden.

$$\alpha_{real}(h) = \frac{A_{real}}{A_o} = S_{mr}(c) \quad (6.3)$$

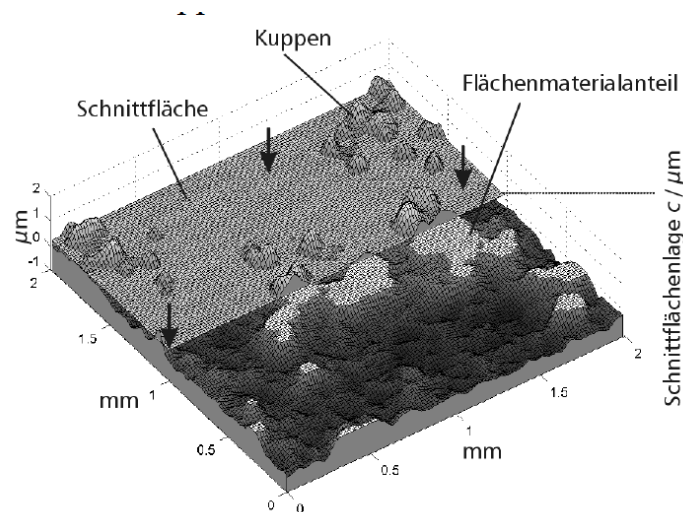


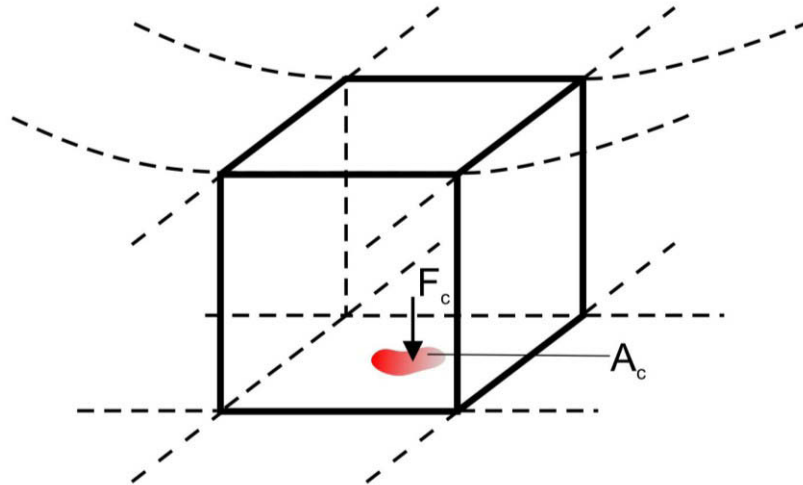
Abb. 6.13 Beispieldarstellung des flächenhaften Materialanteils  $S_{mr}(c)$  [93]

Wird der Kontaktflächenanteil  $S_{mr}(c)$  auf den repräsentativen Ausschnitt eines Gitternetzelementes  $A_{rep}$  bezogen, ergibt sich die reale in Kontakt stehende Fläche  $A_c$  (siehe Abb. 6.14).

$$A_c = S_{mr}(h) * A_{rep} \quad (6.4)$$

Der repräsentative Ausschnitt des Gitternetzelementes ergibt sich wie folgt:

$$A_{rep} = \Delta X * \Delta Z = \frac{u}{NX} * \frac{b}{NZ} = \frac{\pi d}{NX} * \frac{b}{NZ} \quad (6.5)$$



**Abb. 6.14 Prinzipdarstellung der Kontaktfläche  $A_c$  an einem Schmierspaltenelement**

Diese Modellannahme lässt den Einfluss der in Kontakt getretenen Rauheitsspitzen auf die umliegende Oberfläche unberücksichtigt. Des Weiteren geht dieser Ansatz von einer einheitlichen, homogenen Oberfläche aus, d.h. dass die hinterlegte Materialanteilskurve repräsentativ für jeden Abschnitt der Lagersoberfläche ist. Die Bestimmungsfäche der Materialanteilskurve muss dabei nicht mit der Fläche eines Gitterelementes ( $A_{rep}$ ) übereinstimmen.

Bei der Ermittlung der wirkenden Festkörperkontaktkraft  $F_c$  wird ein rudimentäres Kontaktmodell verwendet. Untersuchungen von GREENWOOD haben gezeigt, dass das Verhalten der Oberflächen in erster Linie von der statistischen Verteilung der Rauheitshöhen abhängt und zweitrangig von der Art der Verformung [94]. Für das vorliegende Modell wird von einem rein elastischen, eindimensionalen Ansatz ausgegangen (Hooke'sches Gesetz).

$$F_x = EA \frac{\Delta l}{l_0} \quad (6.6)$$

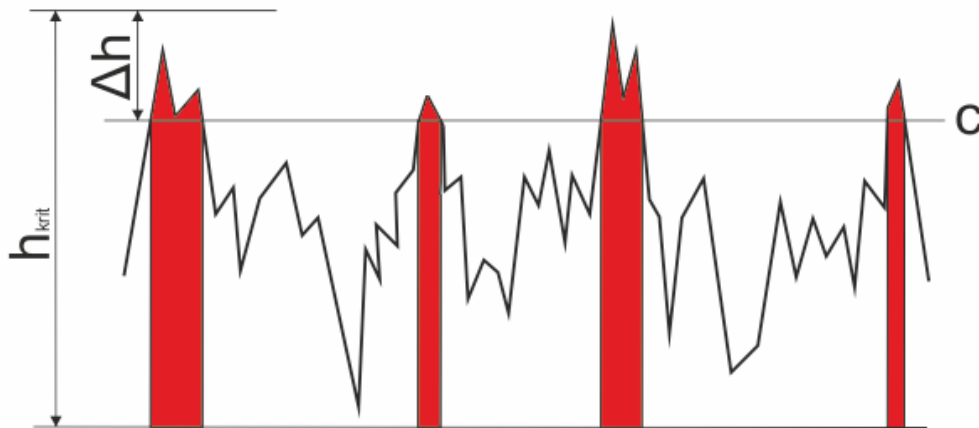
Die Ausgangslänge  $l_0$  ist gleichzusetzen mit der kritischen Spalthöhe  $h_{krit}$  und die Wegänderung  $\Delta l$  entspricht der Eindringtiefe  $\Delta h = h_{krit} - h$ . Werden diese Werte in die Ausgangsformel (6.6) eingesetzt, ergibt sich die wirkende Festkörperkontaktkraft aufgrund der elastischen Verformung wie folgt:



$$F_c = EA_c \frac{\Delta h}{h_{krit}} \quad (6.7)$$

$$F_c = \frac{E * Smr(h_{min}) * \pi * d * b * \Delta h}{h_{krit} * NX * NZ} \quad (6.8)$$

In der nachfolgenden Darstellung (Abb. 6.15) ist ein schematischer Ausschnitt aus der Oberfläche und der für das Modell berücksichtigten Bereiche der Rauheitsspitzen (rot) dargestellt.



**Abb. 6.15 Elastisch wirksame Modellbereiche der Rauheiten**

Das HOCKESCHE Gesetz geht von einem Körper mit einen, über die Länge konstanten Querschnitt aus. Bei Betrachtung der elastisch berücksichtigten Rauheitsbereiche der Oberflächen wird aber deutlich, dass dies nicht der Fall ist. Die Summe der Rauheitsspitzen oberhalb des Schnittniveaus  $c$  kann näherungsweise durch eine Pyramide abgebildet werden. Das Modell geht somit von einem größeren, der verformenden Kraft entgegenwirkendem Volumen aus, sodass die Festkörperkräfte tendenziell größer bestimmt werden. Die seitliche Verformung der Rauheitsspitze und die elastische Rückwirkung auf benachbarte Elemente bleiben unberücksichtigt.

Wird die Festkörperkontaktkraft auf die Fläche des repräsentativen Gitternetzabschnittes bezogen, ergibt sich der bezogene Kontaktdruck  $p_c$ .

$$p_c = \frac{F_c}{A_{rep}} \quad (6.9)$$

Die resultierende Druckverteilung im Mischreibungsgebiet ergibt sich dann als Summe von Festkörpertragdruck und korrigiertem hydrodynamischen Tragdruck.

### 6.1.5 Quantifizierung der Reibung

Die in das System eingebrachte Reibleistung ergibt sich als Summe der Reibleistung aus der Flüssigkeitsreibung und aus der Festkörperreibung.

$$P_{Rgesamt} = P_{Rhydro} + P_{RFestkörper} \quad (6.10)$$

Die Festkörperreibleistung ergibt sich aus der ermittelten Festkörpertragkraft, dem experimentell ermittelten Reibkoeffizienten und der Geschwindigkeit an der Wellenoberfläche.

$$P_{RFestkörper} = F_R * v_{we} = \mu * F_c * v_{we} \quad (6.11)$$

Die hydrodynamische Reibleistung wird mit nachfolgender Formel über das Wellenreibmoment  $M_R$  berechnet und zur Gesamtreibleistung aufsummiert.

$$P_{Rhydro} = \frac{M_R * v_{we} * 2}{d} \quad (6.12)$$

$$P_{Rgesamt} = \frac{M_R * v_{we} * 2}{d} + \mu * F_c * v_{we} \quad (6.13)$$

Die erzeugte Reibungswärme  $W_R$  wird über das Öl ( $W_{\dot{O}L}$ ) und das Lager ( $W_L$ ) abgeführt.

$$W_R = W_{\dot{O}L} + W_L \quad (6.14)$$

Nimmt man eine vollständige Wärmeabfuhr über das Öl und eine zulässige Erwärmung  $\vartheta_{zul}$  als Werkstoffgrenze an, ergibt sich der erforderliche Öldurchsatz  $Q_{erf}$  (mit den Temperaturen am Öleintritt  $\vartheta_E$  und Ölaustritt  $\vartheta_A$ ) wie folgt:

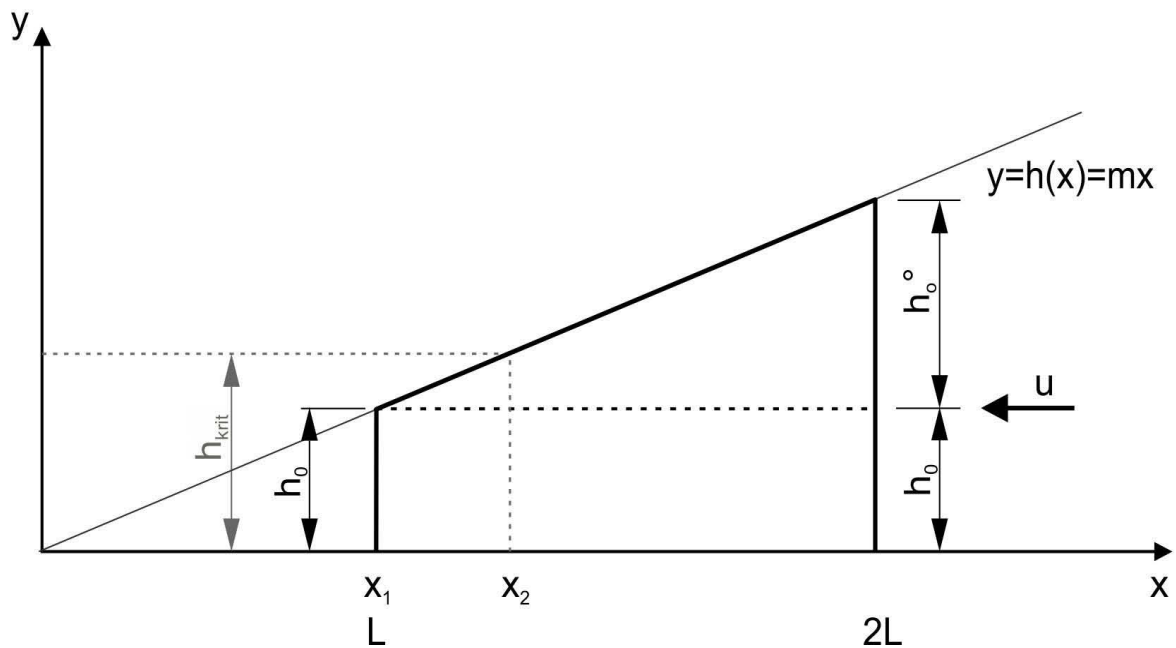
$$W_{\dot{O}L} = Q_{ges} \rho c (\vartheta_A - \vartheta_E) \quad (6.15)$$

$$Q_{erf} = \frac{P_{Rgesamt}}{\rho c (\vartheta_A - \vartheta_E)} \quad \text{mit} \quad \vartheta_{zul} = \vartheta_A \quad (6.16)$$

## 6.2 Modellbeispiel endlich breiter, ebener Schmierspalt

Die Überprüfung der Modellzusammenhänge erfolgt am einfachen Beispiel eines endlich breiten, ebenen Schmierspalt (Abb. 6.16). Im ersten Schritt erfolgt die Druckberechnung unter der Annahme ideal glatter Oberflächen mit dem theoretischen Ansatz eines unendlich breiten Schmierspalt:

**Unendlich breiter ebener Schmierspalt:**



**Abb. 6.16 Schematische Darstellung - unendlich breiter, ebener Schmierspalt**

Dargestellt ist ein sich in Strömungsrichtung  $u$ , von der Ausgangshöhe  $h = h_o + h_o^o$  auf die Schmierspalthöhe  $h_o$  verengender Spalt. Dieser kann im Intervall von  $x_1 = L$  bis  $x_2 = 2L$  durch die lineare Gleichung  $y = h(x) = mx$  beschrieben werden. Für die Herleitung der R-DGL an diesem Beispiel gelten die im Abschnitt 3.1 genannten Randbedingungen. Die R-DGL sieht dann wie folgt aus:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{h^3(x)}{12\eta(x)} \cdot \frac{dp(x)}{dx} \right) = \frac{U}{2} \cdot \frac{dh(x)}{dx} \quad (6.17)$$

Mit dem Zusammenhang  $h_x = mx$  und dem Umstellen nach den von  $x$  abhängigen Komponenten ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\frac{d}{dx} \left( x^3 \cdot \frac{dp}{dx} \right) = \frac{6\eta \cdot U}{m^2} \quad (6.18)$$

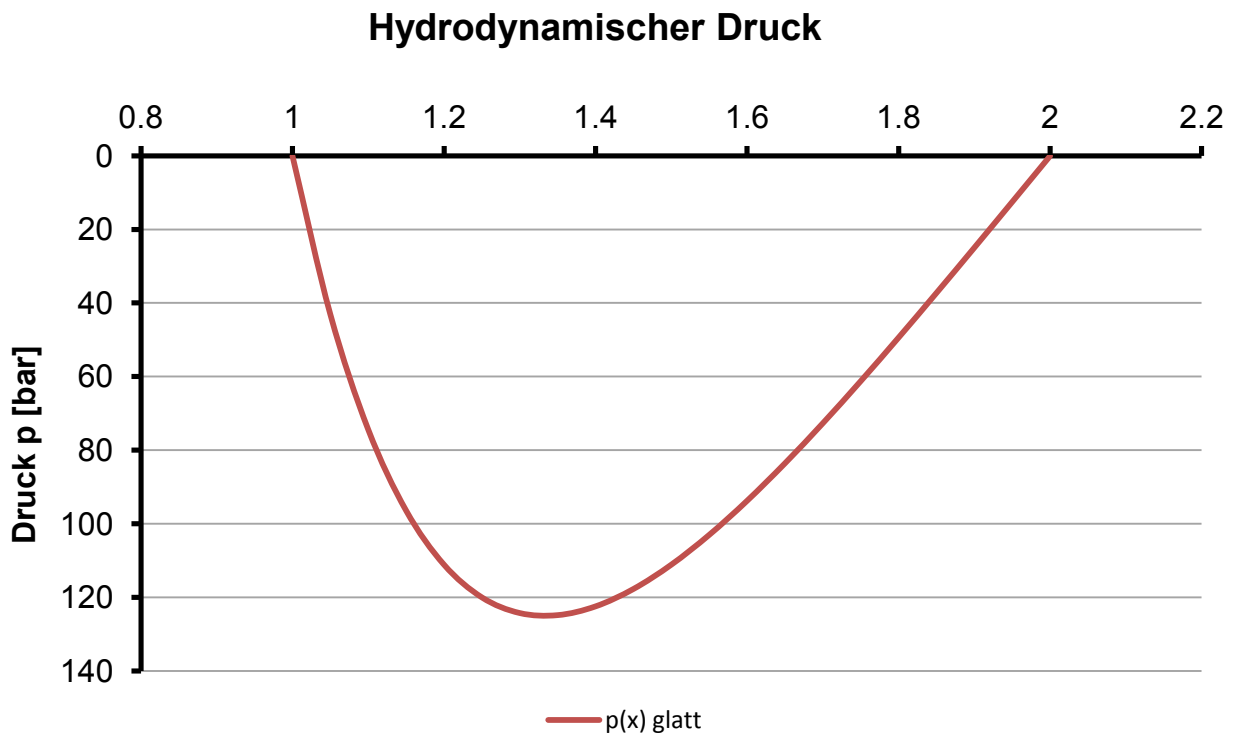
$$\frac{6\eta \cdot U}{m^2} \rightarrow K$$

Die zweifache Integration liefert die Druckfunktion für diesen Spalt.

$$p(x) = -\frac{K}{X} - \frac{C_1}{x^2} + C_2 \quad (6.19)$$

$$p(x) = -K \left( \frac{1}{x} - \frac{2L}{3x_2} - \frac{1}{3L} \right) \quad (6.20)$$

In der nachfolgenden Abbildung (Abb. 6.17) ist der ermittelte Druckverlauf über den Schmierspalt grafisch dargestellt.



**Abb. 6.17 Hydrodynamischer Druck im unendlich breiten, ebenen Schmierspalt**

Der Maximalwert der Druckfunktion liegt bei  $x=4/3L$ . Der maximale Schmierspalt-  
druck lässt sich nun mit Formel (6.20) und der in Tabelle 6-1 gegebenen Zahlenwerte  
ermitteln und beträgt  $p(\max) = \left| -12,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right| = 125 \text{ bar}$ .

**Tabelle 6-1 Zahlenwerte der Beispielrechnung am unendlich breiten, ebenen Schmierspalt**

$$\begin{array}{lll}
 U = 10 \frac{m}{s} & m = 0,0002 & \eta = 0,02 \frac{Ns}{m^2} \\
 L = 0,1 m & h_0 = 20 \mu m = 0,00002 m &
 \end{array}$$

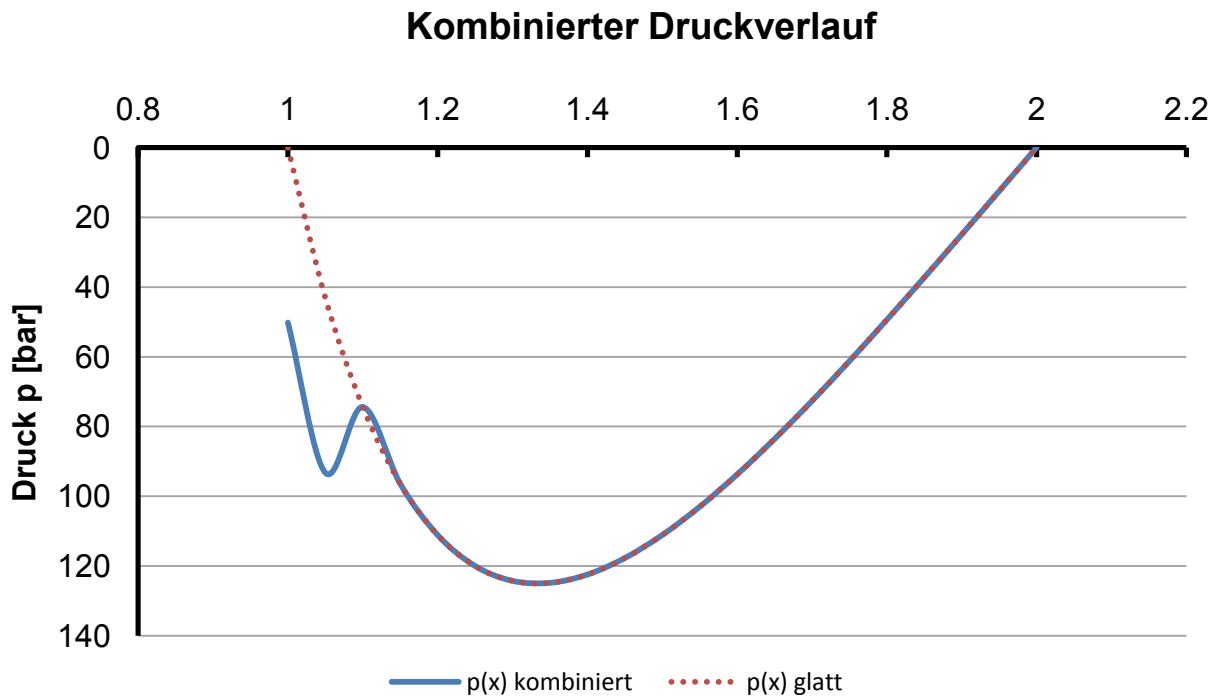
### Endlich breiter, ebener Schmierspalt:

Aufgrund der vorgestellten Modellannahmen lässt sich die Ermittlung der Festkörpertragkraft bei einem Mischreibungskontakt nur für einen Schmierspalt mit endlicher Breite realisieren, da die Kraft auf Basis des spalthöhenabhängigen Kontaktflächenanteils bestimmt wird. In der Beispielrechnung wird dieser deshalb auf eine Breite von  $b = 0,1 m$  reduziert (Tabelle 6-1). Dieser Wert orientiert sich an dem im System SIRIUS implementierten Beispielmodell. Des Weiteren geht das Modell von der Paarung einer glatten Welle zu einer rauen Lagerschale aus. Die Definition der Oberflächentopographie erfolgt wie beschrieben, über die Materialanteilskurve. Beispielhaft wird die kritische Schmierspalthöhe mit einem Wert von  $h_{krit} = 22 \mu m$  festgelegt. Daraus ergibt sich eine Eindringtiefe der Oberfläche von  $\Delta h = 2 \mu m$ . Für dieses Beispiel wird aus einer experimentell ermittelten Materialanteilskurve (siehe 5.4) der Materialanteil  $Smr(\Delta h)$  bei der sich ergebenden Eindringtiefe ermittelt.

**Tabelle 6-2 Zahlenwerte der Beispielrechnung Mischreibung im endlich breiten Schmierspalt**

$$\begin{array}{lll}
 b = 0,1 m & \Delta h = 2 \mu m = 0,000002 m & E = 80 \frac{kN}{mm^2} = 80 * 10^6 \frac{kN}{m^2} \\
 h_{krit} = 22 \mu m = 0,000022 m & Smr(2) = 0,69 &
 \end{array}$$

Die für die Mischreibungsberechnung relevanten Zahlenwerte sind noch einmal in der obenstehenden Tabelle 6-2 zusammengefasst. Das Ergebnis der Druckverlaufsberechnung mit dem zusätzlichen Festkörpertraganteil aufgrund des Kontaktes der Rauheitsspitzen ist in der folgenden Abbildung (Abb. 6.18) dargestellt.



**Abb. 6.18 Kombinierter Druckverlauf im endlich breiten, rauen Schmierspalt**

Bei der Betrachtung des kombinierten Druckverlaufes ist deutlich zu erkennen, dass der Festkörpertragdruck im Bereich des engsten Spalts auftritt. Er liefert eine zusätzliche Druckkomponente, sodass sich in diesem Bereich ein zweites kleineres Druckmaximum ausbildet. In diesem Bereich ist der hydrodynamische Druck allerdings bereits beim Abklingen. Am Ende des Gleitschuhs fällt der hydrodynamische Druck auf einen Wert von  $p_{hyd} = 0 \text{ bar}$ . Der kombinierte Druck bildet an dieser Stelle vollständig den Festkörpertragdruck mit einem Wert von  $p_{fest} = 50,18 \text{ bar}$  ab.

Mit der analytischen Modellierung des Mischreibungsmodelles konnte gezeigt werden, dass die Umsetzung des Kontaktmodells realisierbar ist. Auf die Korrektur der Spaltgeometrie wurde verzichtet, da diese eine vollständige Flussanalyse der vermessenen Oberfläche erforderlich gemacht hätte und nicht analytisch formuliert werden kann. Im nächsten Schritt erfolgt die Anpassung auf das zweidimensional formulierte Problem des vollständigen Schmierspalts eines Radialgleitlagers.

### 6.3 Implementierung in das System SIRIUS

In SIRIUS erfolgte die Umsetzung des Mischreibungsmodelles in die Berechnung der Lagerbelastung unter Vorgabe der Wellenverlagerung. Die theoretische Grundlage bildete hier die erweiterte Reynolds'sche DGL. Der Ausgangspunkt ist eine Anlaufrechnung (Ablaufplan in Abb. 6.19) mit den Daten des Beispiellagers sowie der initialen Belastung in Form der Exzentrizität.

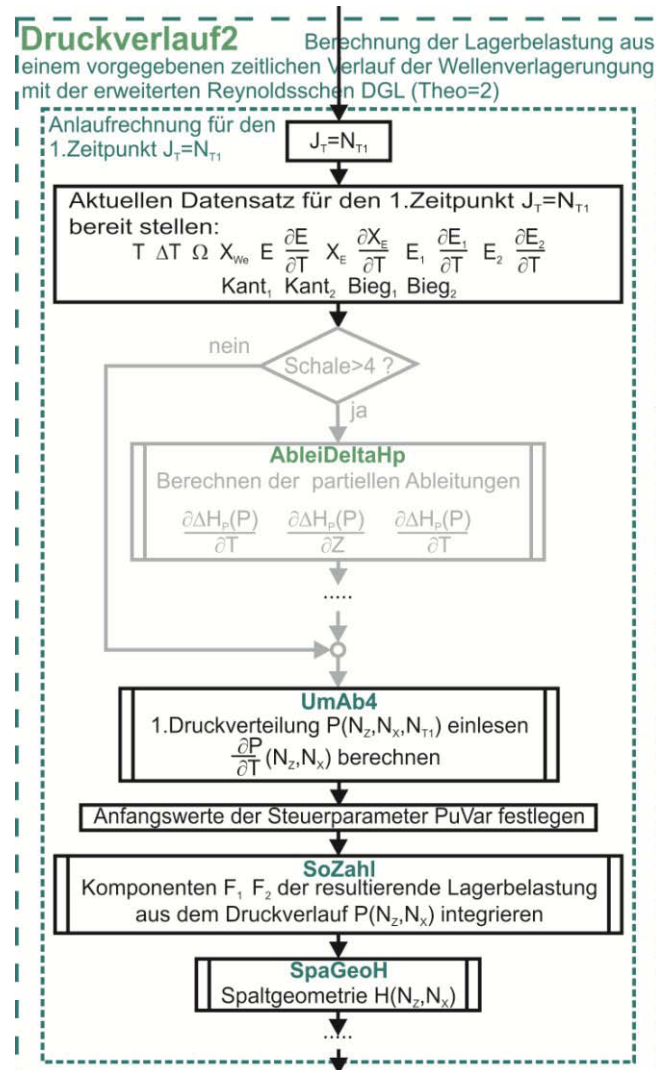
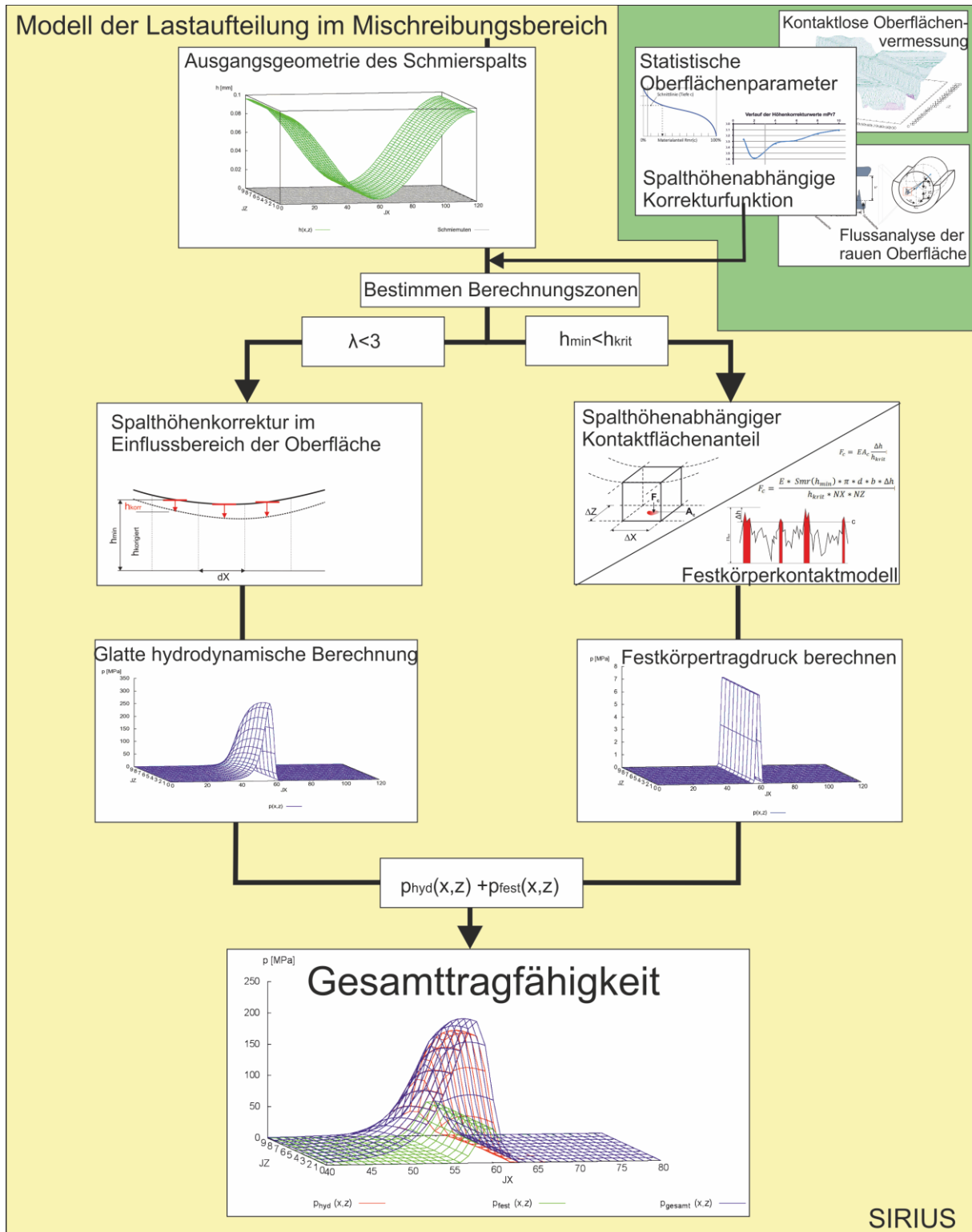


Abb. 6.19 Ablaufplan der Anlaufrechnung im System SIRIUS bei Vorgabe der Wellenverlagerung (Auszug aus [79])

Aus dem Pre-Prozessor werden die aktuellen Daten für den 1. Zeitpunkt bereitgestellt, sowie verschiedene Parameter zur Definition der Berechnungsbedingungen (wie etwa Verkantung oder Biegung). Nach dem Einlesen einer Anfangsdruckverteilung werden die daraus resultierende Belastung und die Ausgangsspaltgeometrie bestimmt, bevor die eigentliche iterative Berechnung startet.

Nachfolgend ist das Modell der Lastaufteilung im Mischreibungsbereich schematisch dargestellt.



**Abb. 6.20** Ablaufplan des Modells der Lastaufteilung im Mischreibungsbereich

Im grünen Bereich des Ablaufplans (Abb. 6.20) sind die Schritte zur Charakterisierung der Oberfläche zusammengefasst. Wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert



wurde, werden dafür Oberflächenproben kontaktlos vermessen und die anschließende flächenhafte statistische Auswertung liefert die statistischen Oberflächenparameter in Form der Materialanteilkurve. Zusätzlich erfolgt die vorgelagerte Strömungsanalyse für die raue Oberfläche. Als Ergebnisse dieser Schritte werden zum einen die Materialanteilkurve, welche ebenfalls die Informationen für die kritische Spalthöhe beinhaltet und zum anderen die Höhenkorrekturfunktion als ASCII-Text-Dateien in das Programm eingelesen.

Wie im Auszug des Programmablaufplanes (Abb. 6.19) deutlich wird, erfolgt die Bestimmung der Ausgangsgeometrie des Schmierpaltes lediglich aufgrund der geometrischen Zusammenhänge. Die ermittelte Spaltgeometrie  $H(N_x, N_z)$  dient als Ausgangspunkt für die Lokalisierung der einzelnen Berechnungszonen. Die Bestimmung des Schmierfilmdickenfaktors  $\lambda$ , welcher aus dem Verhältnis von der lokalen Spalthöhe zur größten Höhe der Profilspitze gebildet wird, definiert den Bereich, in dem eine Schmierpaltkorrektur durchgeführt wird ( $\lambda < 3$ ). Der Abgleich der lokalen Schmierfilmdicke mit der kritischen Spalthöhe bestimmt die Bereiche, in denen zusätzlich der Festkörpertragdruck ermittelt wird. Anschließend laufen die hydrodynamische Tragdruckberechnung und die Bestimmung des Festkörpertragdruckes parallel zueinander ab.

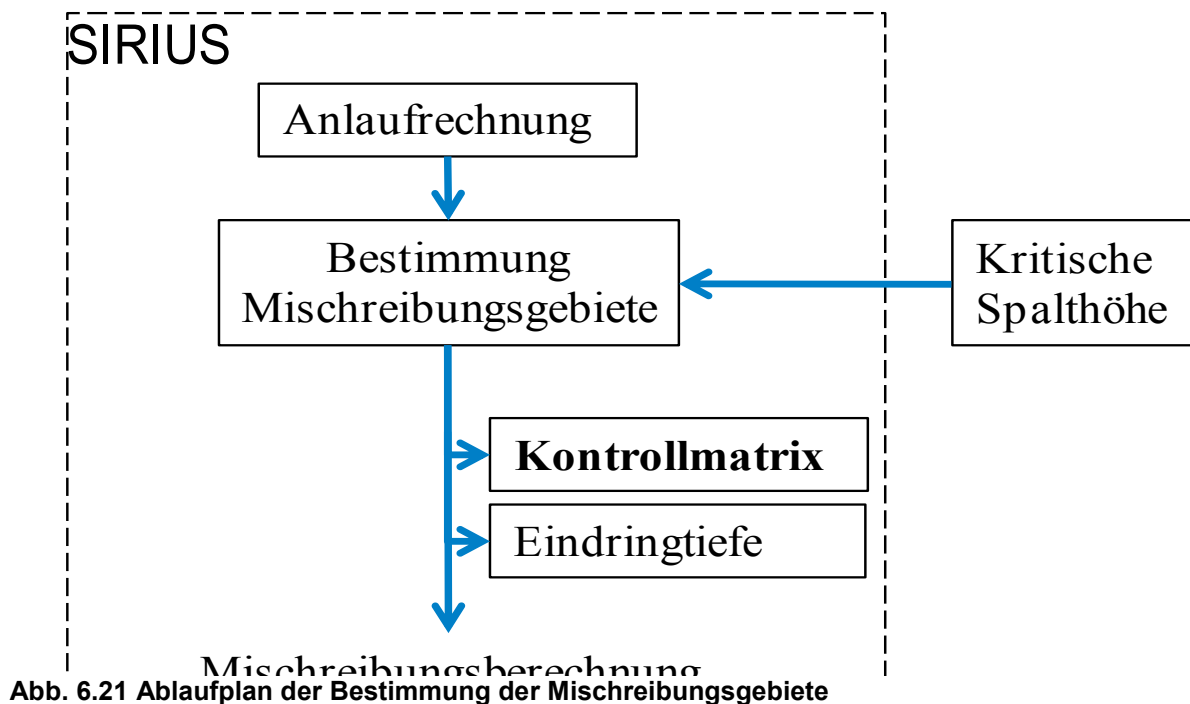
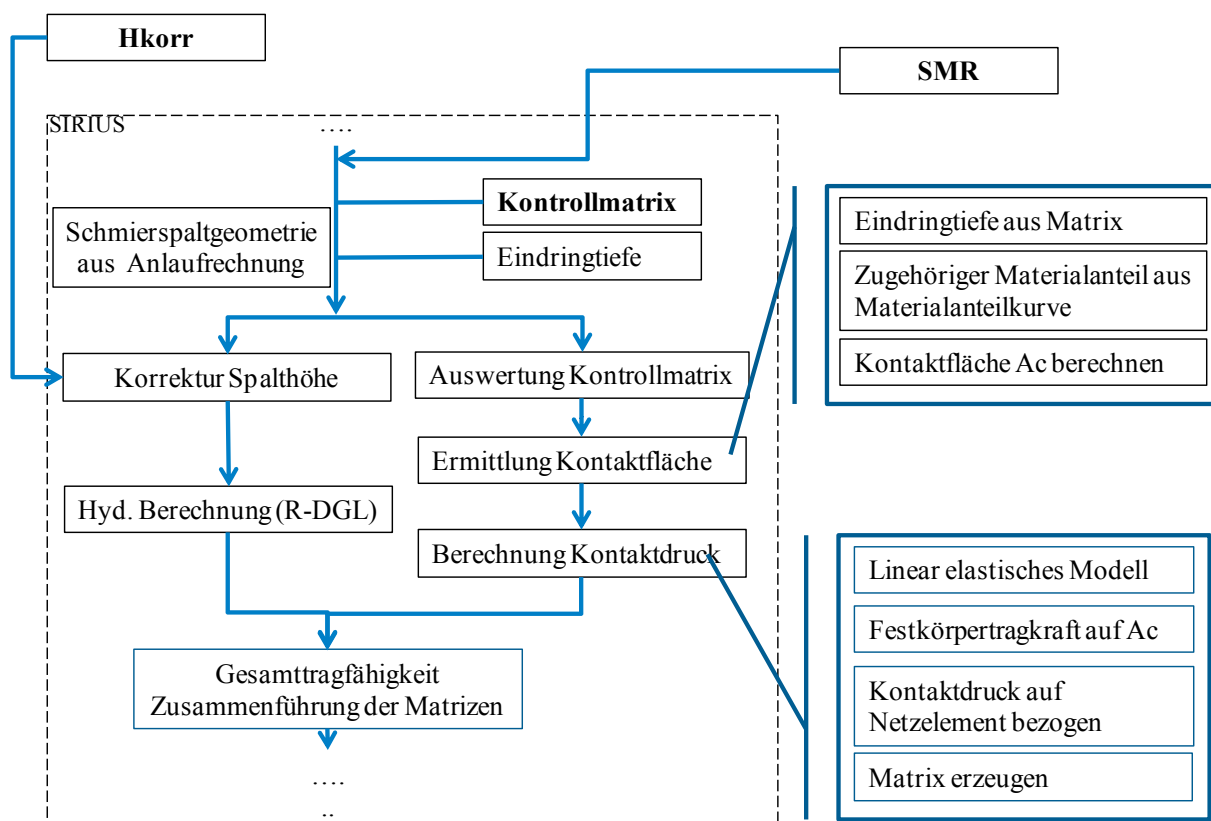


Abb. 6.21 Ablaufplan der Bestimmung der Mischreibungsgebiete

Als Erstes wird die Berechnung des Festkörpertraganteils betrachtet. Der Abgleich der aktuellen Spaltgeometrie  $H(N_x, N_z)$  mit der kritischen Spalthöhe (siehe 6.1.2) lie-

fert sowohl die Eindringtiefe in der Matrix  $DelatH(N_X, N_Z)$  als auch die Position des Mischreibungsgebietes im Schmierspalt, welche in der Kontrollmatrix  $KMS(N_X, N_Z)$  abgelegt (Abb. 6.21) wird. Im Anschluss erfolgt die Auswertung der Kontrollmatrix (Abb. 6.22). Diese definiert die Bereiche in denen zusätzlich ein Festkörpertraganteil bestimmt wird. Anhand der Eindringtiefe und der eingelesenen Materialanteilskurve erfolgt sowohl die Berechnung des Kontaktflächenanteils als auch der Festkörpertragkraft in dem entsprechenden Gitterelement. Das Ergebnis wird ebenfalls in einer Matrix abgelegt. Im Anschluss erfolgt die Zusammenführung mit der Druckmatrix aus der glatten korrigierten hydrodynamischen Berechnung.



**Abb. 6.22 Ablaufplan der Mischreibungsberechnung**

In der parallel ablaufenden hydrodynamischen Berechnung erfolgt zusätzlich eine Korrektur der Spalthöhe. Hierbei wird die, durch die Anlaufrechnung bereitgestellte Spaltgeometrie  $H(N_X, N_Z)$  mithilfe der ermittelten Höhenkorrekturfunktion angepasst. Im Anschluss erfolgt unverändert die glatte hydrodynamische Berechnung über den gesamten Schmierspalt, wie sie im Ablaufdiagramm Abb. 6.23 dargestellt ist. Aufgrund der vorhergehenden Anpassung der Schmierspaltgeometrie in der Matrix  $H(N_X, N_Z)$  wird sowohl der angepasste Tragdruckanteil im Mischreibungsbereich als

auch der Einfluss der Oberflächenrauheiten außerhalb der Mischreibungsbereiche berücksichtigt.

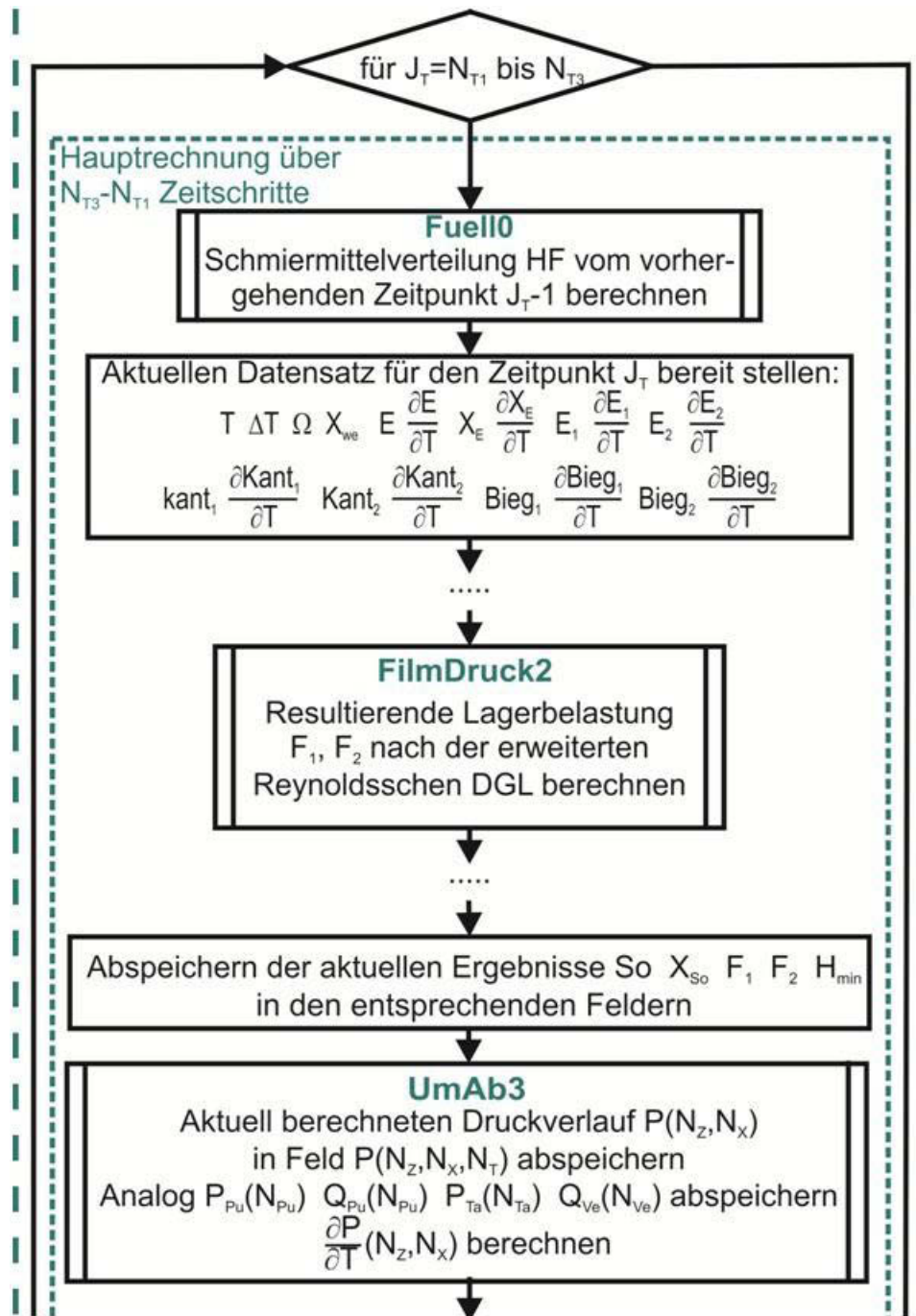


Abb. 6.23 Ablaufplan der hydrodynamischen Druckverlaufsberechnung (Auszug aus [79])

Im Anschluss erfolgt die Berechnung und Ausgabe aller primären und sekundären Ergebnisse.

## 7 Berechnungsbeispiel und Modelldiskussion

### 7.1 Definition des Berechnungsbeispiels

Als Berechnungsbeispiel wurde ein vollumschlossenes, hydrodynamisch wirkendes Radialgleitlager mit einem Bohrungsdurchmesser von  $d = 100 \text{ mm}$  und einer Lagerbreite von  $b = 50 \text{ mm}$  gewählt. Es handelt sich um ein gegossenes Weißmetalllager (SnSb8Cu4) mit einer Gleitschichtdicke von  $t = 2 \text{ mm}$  und einem E-Modul von  $E = 30\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . Die Schmierung erfolgte durch ein Öl mit einer Viskosität von  $\eta = 50 \text{ mPa s}$ . Für die Berechnung wurde der abgewinkelte Schmierspalt in ein Gitternetz mit  $NX = 120$  Elemente in Umfangsrichtung und  $NZ = 10$  Elemente in Breitenrichtung geteilt. Somit ergibt sich, bei symmetrischer Betrachtung, ein repräsentativer Gitterausschnitt mit der Kantenlänge von  $dx = 2,62 \text{ mm}$  und  $dz = 2,5 \text{ mm}$ .

Die Belastung erfolgte durch die Vorgabe der Wellenverlagerung bei einem konstanten Verlagerungswinkel von  $\alpha_E = 0^\circ$ . Als Startwert wurde eine Exzentrizität von  $E = 0,95$  bzw.  $e = 0,0475 \text{ mm}$  angenommen. Mit dem Beispiellager wurden folgende differenzierte Berechnungen durchgeführt:

- Glatte, hydrodynamische Berechnung
- Raue, hydrodynamische Berechnung.

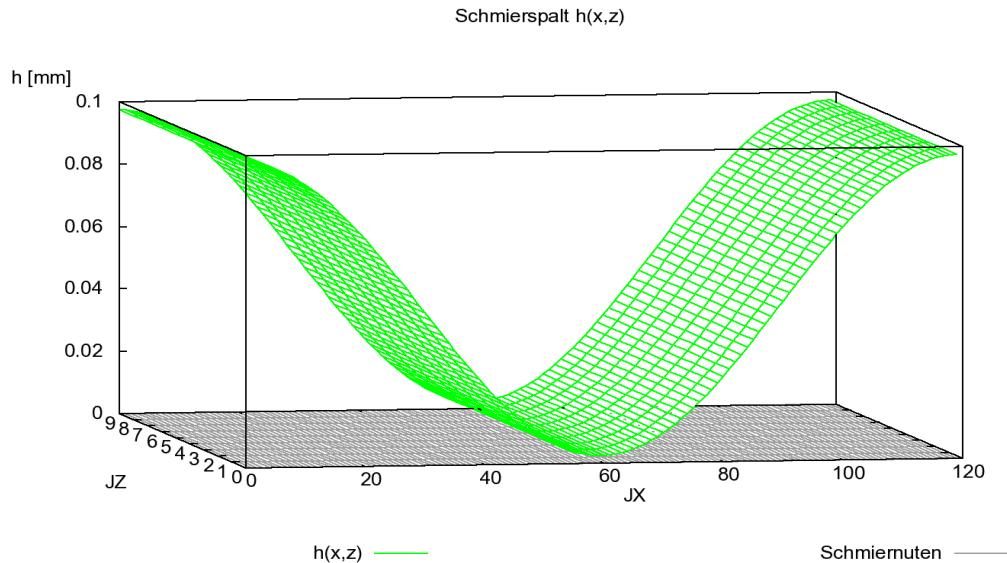
Nachfolgend sind die relevanten Kennwerte zusammengefasst:

**Tabelle 7-1 Übersicht der relevanten Kennwerte der Beispielberechnung**

| <u>Dimensionsbehaftete Darstellung</u> |                           |  |                               |                       |
|--|---------------------------|--|-------------------------------|-----------------------|
| $d = 100 \text{ mm}$                   | $b = 50 \text{ mm}$       | $s = 0,1 \text{ mm}$                       | $p_{Rand} = 0,52 \text{ MPa}$ | $\alpha_E = 0^\circ$  |
| $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$         | $\eta = 50 \text{ mPa s}$ | $E = 30\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | $dx = 2,62 \text{ mm}$        | $dz = 2,5 \text{ mm}$ |
| <u>Dimensionslose Darstellung</u>      |                           |  |                               |                       |
| $B = \frac{b}{d} = 0,5$                | $S = \frac{s}{d} = 0,001$ | $P_{Rand} = 0,2$                           | $\alpha_E = 0$                | $DX = 0,0524$         |
| $DZ = 0,1$                             |                           |  |                               |                       |

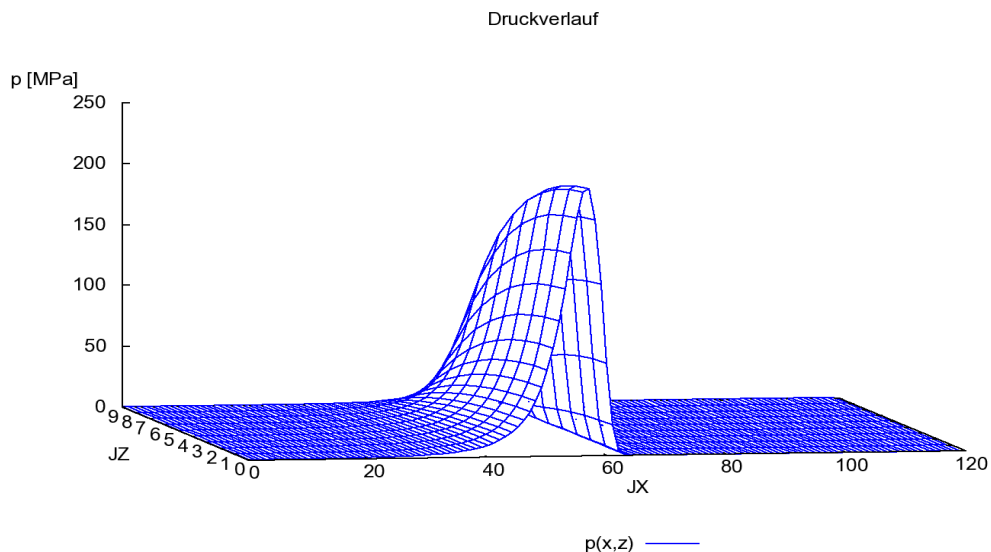
## 7.2 Ergebnisse der glatten, hydrodynamischen Berechnung

In dem Simulationsdurchgang der glatten hydrodynamischen Berechnung ergibt sich die Schmierspaltgeometrie aus den geometrischen Randbedingungen im Lager. Aufgrund der vorgegebenen Exzentrizität von  $E = 0,95$  ( $e = 0.0475\mu m$ ) stellt sich eine minimale Schmierspalthöhe von  $H_{min} = 0,05$  ( $h_{min} = 0.0025mm$ ) ein. In der nachfolgenden Abbildung ist die in die Ebene abgewinkelte, dreidimensionale Schmierspaltgeometrie über dem Rastergitter dargestellt (Abb. 7.1).



**Abb. 7.1 Spalthöhe über der abgewinkelten Schmierspaltfläche**

Durch die ideal glatte Betrachtung tritt keine Mischreibung auf und der Berechnungsvorgang liefert, unmittelbar vor der kleinsten Schmierspalthöhe, einen maximalen hydrodynamischen Tragdruck von  $p = 219,26MPa$  (Abb. 7.2).



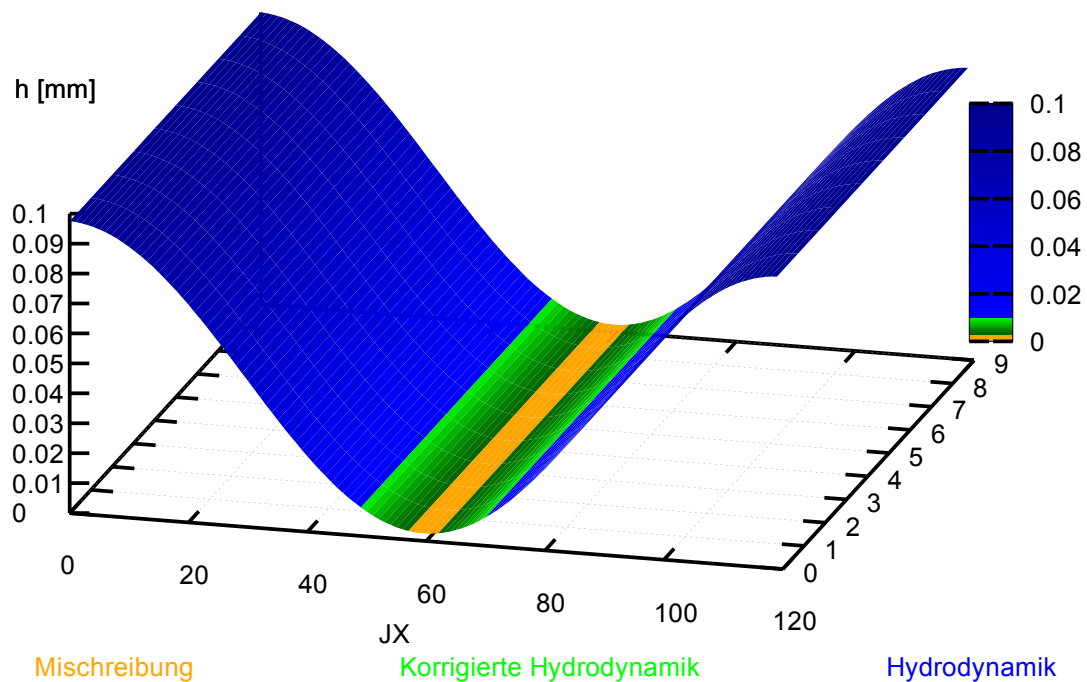
**Abb. 7.2 Druckverlauf über der abgewinkelten Schmierspaltfläche**

Für den berechneten Lastfall ergibt sich eine Tragfähigkeit von  $f = 177,57 \text{ kN}$ , welche einer dimensionslosen Lagerbelastung von  $S_o = 13,57$  entspricht.

Als Auslegungskriterium dient bei der hydrodynamischen Berechnung die minimale Schmierspalthöhe. Aufgrund der Randbedingungen sind Festkörperkontakte nicht zulässig. Um diese auszuschließen, nimmt die minimal zulässige Schmierspalthöhe den Wert der Summenrauheit  $\overline{Rq}_{krit} = \sqrt[2]{Rq_W^2 + Rq_S^2}$  der beiden Reibpartner an. Für den vorliegenden Berechnungsfall wäre somit keine Aussage zur Tragfähigkeit zulässig.

### 7.3 Diskussion der Ergebnisse der Mischreibungsberechnung

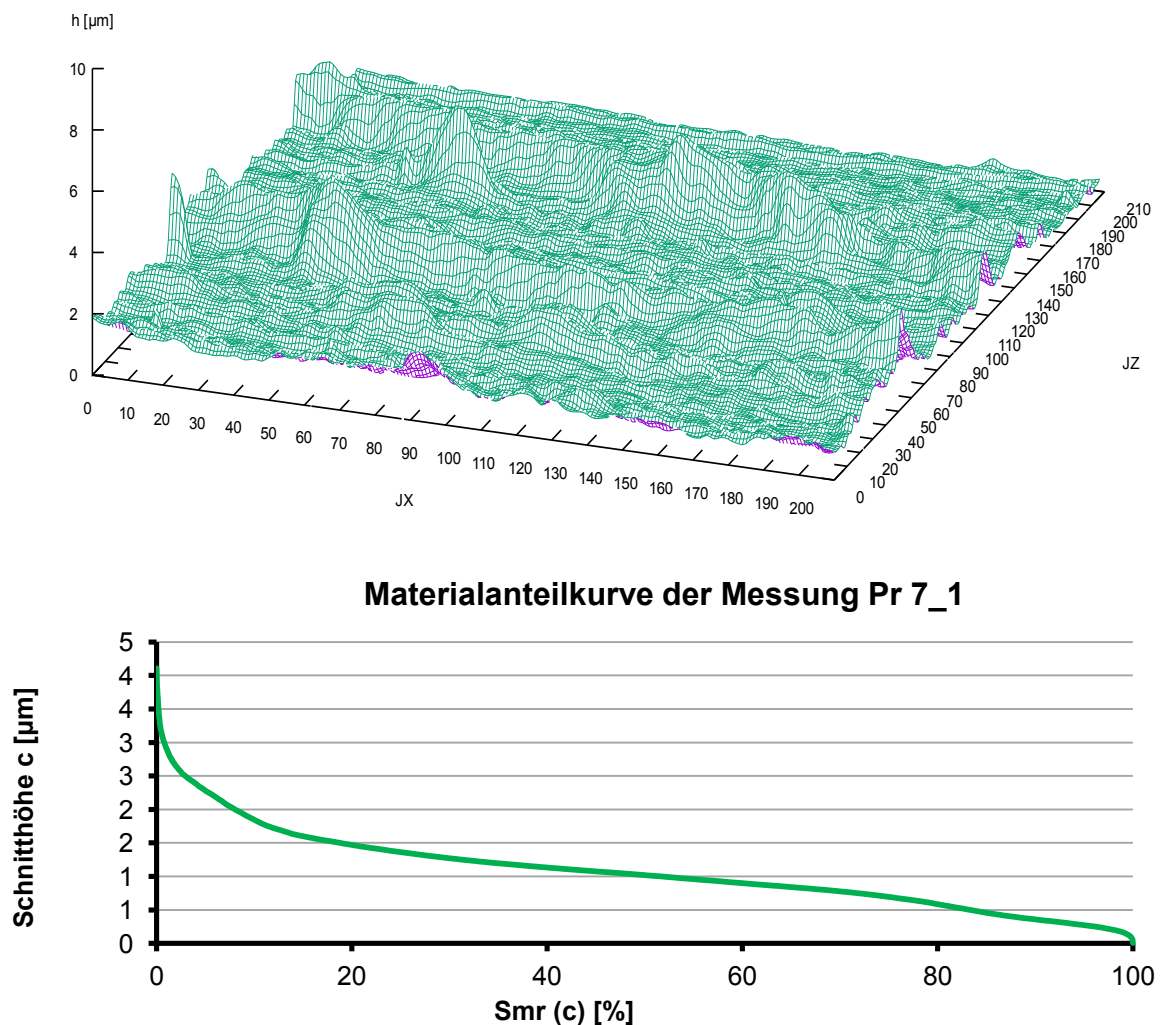
Der Zusammenhang zwischen der Spalthöhe und den Bereichen der verschiedenen Berechnungsansätze ist in der nachfolgenden Abbildung (Abb. 7.3) über dem abgewinkelten Lagerspalt dargestellt.



**Abb. 7.3 Lokalisierung der Bereiche unterschiedlicher Berechnungsansätze**

Für die gesamte Schmierspaltgeometrie erfolgt die hydrodynamische Tragdruckberechnung (blaue Fläche) mit der erweiterten R-DGL und den Randbedingungen der glatten Hydrodynamik. Im Einflussbereich der Oberflächenrauheiten erfolgt eine zusätzliche Spalthöhenkorrektur zur Anpassung des hydrodynamischen Druckaufbaus (grüne Fläche). Treten die Rauheitsspitzen in Kontakt, erfolgt im eigentlichen Misch-

reibungsbereich (orange Fläche), parallel zu der Anpassung des hydrodynamischen Druckaufbaus, die Berechnung der Festkörpertraganteile. Die Grenzwerte für die Übergänge zwischen den einzelnen Berechnungsbereichen sind abhängig von dem vorhandenen Oberflächenprofil und der damit bestimmten Rauheitshöhe  $R_p$ . Für die Betrachtung der Mischreibung wurde in diesem Fall die Beispieloberfläche 1 (Pr7 siehe 5.4) gewählt. Nachfolgend ist sowohl die Oberflächentopographie als auch die zugehörige Materialanteilkurve dargestellt (Abb. 7.4).



**Abb. 7.4 Beispieloberfläche 1: Oberflächentopographie (o), zugehörige Materialanteilskurve (u)**

Der Übergang in das Mischreibungsgebiet ist durch die kritische Schmier-spalthöhe  $h_{krit}$  gekennzeichnet. Diese ergibt sich als maximale Rauheitshöhe  $R_p$  aus der Materialanteilkurve. Die Übergangshöhe von der reinen Hydrodynamik zur höhenkorrigierten hydrodynamischen Berechnung erfolgt etwa bei einem Verhältnis der Schmier-spalthöhe zur Rauheitshöhe von  $\lambda \sim 3$ .



### 7.3.1 Aufbereitung der ermittelten Oberflächenmessdaten

Die Topologie der in Abb. 7.4 dargestellten Oberflächen ist gegeben durch eine Höhendifferenz  $h$  bezüglich einer ideal ebenen Referenzfläche. Durch das Scannen der Oberfläche ergibt sich ein zweidimensionales Datenfeld  $h(x, y)$ . Aus dem Histogramm der Höhenwerte leitet sich die Materialanteilskurve ab. Das Histogramm wird dabei auf den Nullpunkt gesetzt. Dieses Modell geht also davon aus, dass die ideale Ebene des Profils im Nullpunkt der Abbott-Kurve liegt.

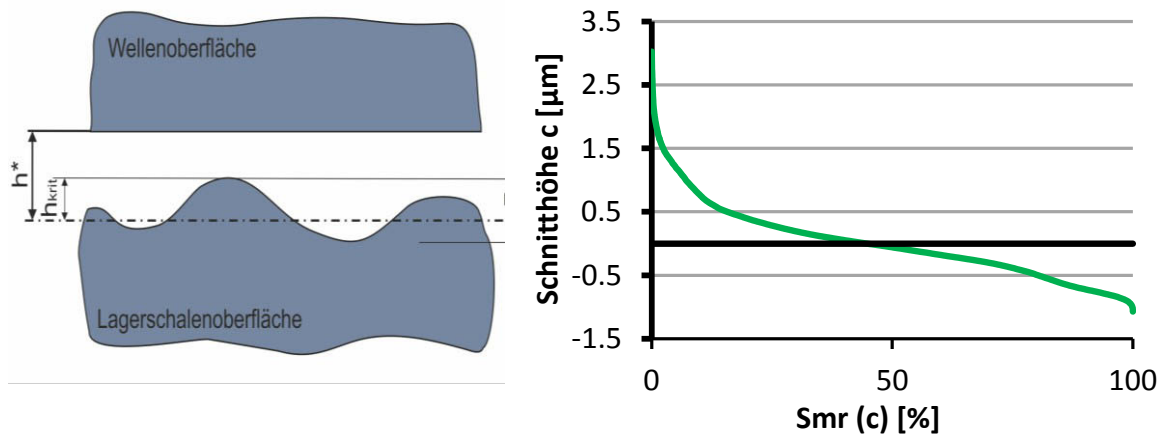
Die Berücksichtigung der Rauheitsspitzen in der hydrodynamischen Berechnung bedeutet eine zusätzliche Verengung des Schmierspalt. Durch die vollständige fiktive Addition des Rauheitsprofils auf die ideal glatte Oberfläche der Lagerschale, würde der Einfluss der resultierenden Schmierspaltverengung zu groß berücksichtigt werden. Für die Verwendung der experimentell ermittelten Höhenmesswerte muss deshalb eine Profilmittellinie bestimmt werden, welche gleichzeitig die Oberfläche der glatten Lagerschale im MischreibungsmodeLL repräsentiert. In dem hier beschriebenen Beispielfall wird der arithmetische Mittelwert  $R_a$  des Rauheitsprofils ( 4.1 ) zur Definition der Profilmittellinie und damit zur Definition der ideal glatten Ebene der Lagerschalenoberfläche verwendet.

**Tabelle 7-2 Mittelwerte des Rauheitsprofils und die resultierende Profilhöhe**

|   | Größte Profilspitze     |
|---|-------------------------|
| Arithmetischer Mittelwert $R_a = 1,08\mu\text{m}$ | $R_p = 3,02\mu\text{m}$ |
| Quadratischer Mittelwert $R_q = 1,23\mu\text{m}$  | $R_p = 2,87\mu\text{m}$ |

Mit den Messwerten wird eine Nulllinien-Verschiebung auf den arithmetischen Mittelwert durchgeführt. Somit ergibt sich eine auf den Mittelwert verschobene Materialanteilskurve der Oberfläche (Abb. 7.5 b). Bei der Verwendung des arithmetischen Mittelwerts (Tabelle 7-2) ergibt sich die neue Lage der Nullebene bei einem Wert von  $R_a = 1,08\mu\text{m}$ . Daraus resultiert eine Höhe der größten Profilspitze des gemittelten Profils von  $R_p = 3,02\mu\text{m}$  (Abb. 7.5). Entsprechend der Darstellung ergibt sich nun die kritische Schmierspalthöhe bei einem Wert von  $H_{krit} = 0,0604$  ( $h_{krit} = 3,02\mu\text{m}$ ) und der Übergang zur reinen hydrodynamischen Berechnung bei einer Schmierspalthöhe von  $H \sim 0,2$  ( $h \sim 10\mu\text{m}$ ).





**Abb. 7.5 a) Definition der nominellen Schmier-spalthöhe in der Oberflächenpaarung glatt/rau**  
**b) Materialanteilkurve nach Nullverschiebung auf den Mittelwert der Messung mPr 7\_1**

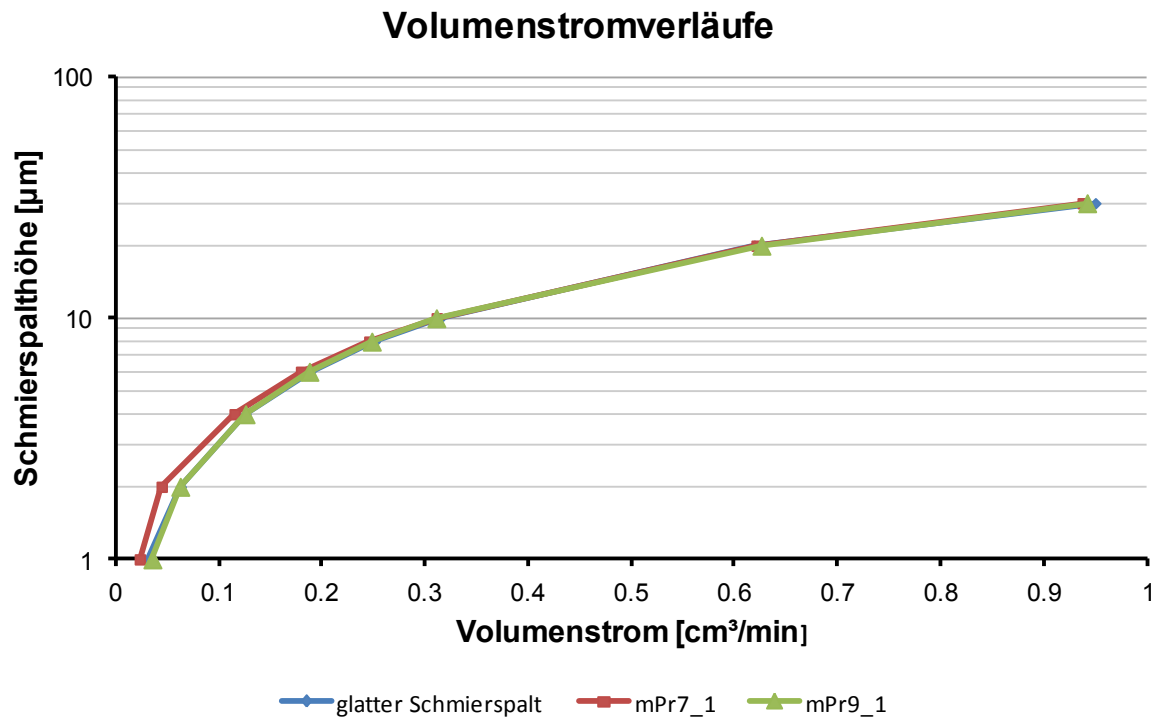
Der Schnitt in der Nullebene liefert nun einen Kontaktflächenanteil von  $Smr(0) = 44,9\%$ . Im Nachfolgenden werden die auf den Mittelwert bezogenen Messwerte durch ein vorangestelltes m kenntlich gemacht (Bsp. gemittelte Messwerte der Probe -mPr7). Wird nun die Spalthöhendefinition für die Berechnung betrachtet, ergibt sich die für die Berechnung nominelle Schmier-spalthöhe  $h^*$  als Abstand von der Profilmittellinie der rauhen Lagerschalenoberfläche zur ideal glatten Wellenoberfläche (Abb. 7.5 a).

Das Histogramm der Höhenmesswerte  $h(x, y)$  entspricht in Näherung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(h)$ . Andere mathematische Modelle der Mischreibungsbetrachtung gehen hierbei von einer Gaußfunktion (Normalverteilung) aus. Für diese ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bekannt, sodass eine Berücksichtigung der statistischen Eigenschaften über wenige Kennwerte möglich ist (wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben). Die Bestimmung des Erwartungswertes für die nominelle Spalthöhe erfolgt dort einzig und allein in Abhängigkeit der Verteilungsfunktion [34]<sup>10</sup>. Das hier vorliegende Modell hingegen ist durch die direkte Einbeziehung der experimentell ermittelten Höhenmesswerte der Primäroberfläche nicht an die Annahme einer Normalverteilung der Rauheitsamplituden gebunden. Durch das Definieren der Mittelebene lässt es sich beliebig anpassen. Die Annahme einer sowohl in axialer als auch in radialer Richtung homogenen Oberfläche ermöglicht zwar die Ermittlung der statistischen Kenngrößen auf einen sehr kleinen Teilausschnitt, stellt aber auch eine stark vereinfachte Modellannahme dar.

<sup>10</sup> in [34] S. 33

### 7.3.2 Betrachtung der Ergebnisse der hydrodynamischen Tragdruckkorrektur

Die Anlaufrechnung der Mischreibungsbetrachtung liefert den sich aus der Geometrie ergebenden Schmierspalt. Dieser entspricht der Darstellung (Abb. 7.1) aus der ideal glatten hydrodynamischen Berechnung. Die numerische Simulation der parallelen Schmierspalt, sowohl mit rauher als auch mit glatter Oberfläche liefert folgende Volumenstromverläufe in Abhängigkeit der Schmierspalthöhe (Abb. 7.6). Die raue Berechnung erfolgte mit dem auf den arithmetischen Mittelwert bezogenen Oberflächenprofil der Beispielprouen 1 und 2 (mPr7 und mPr9).

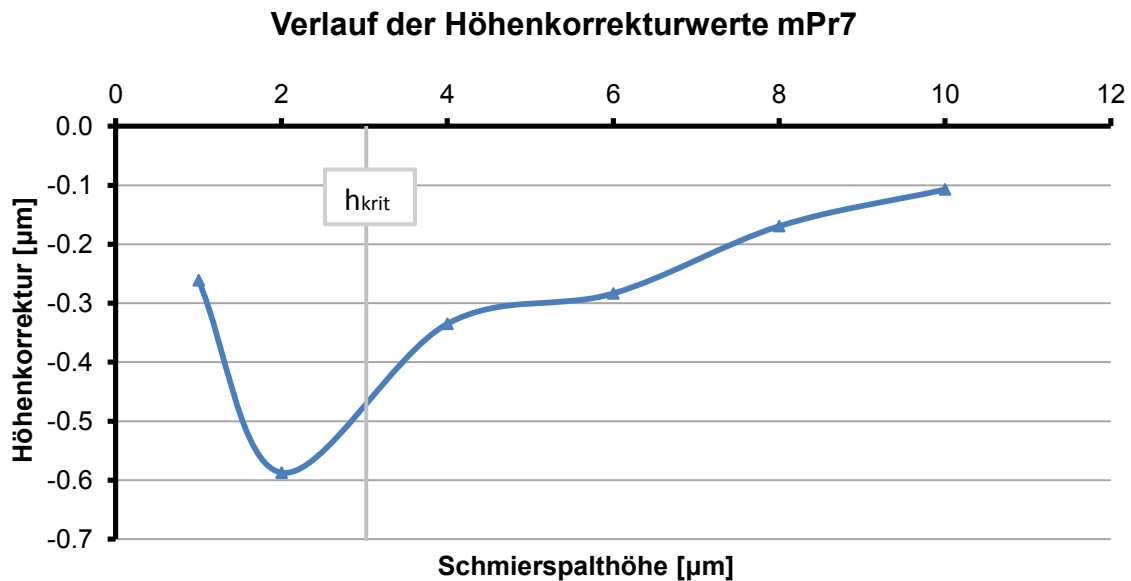


**Abb. 7.6 Volumenstromverläufe aus der Durchflussanalyse**

Aus den Volumenstromverläufen ist ersichtlich, dass bei einer Schmierspalthöhe oberhalb von  $h = 10 \mu m$  der Einfluss der Rauheiten auf den Durchfluss vernachlässigbar klein wird. Für die maximale Rauheitshöhe von  $Rp = 3,02 \mu m$  entspricht dies in etwa einem Schmierfilmdickenfaktor von  $\lambda \sim 3$ . Dies deckt sich mit den in der Fachliteratur beschriebenen Erkenntnissen zum Einfluss der Oberflächenrauheiten auf den Druckaufbau im Schmierspalt [33]. Mit abnehmender Schmierspalthöhe wird die Differenz zwischen dem Volumenstrom über dem glatten und dem rauen Schmierspalt größer, sodass hier die Ermittlung der Korrekturwerte erfolgt.

$$h_{korrr}(h^*) = |V_{rau}| - |V_{glatt}| \quad (7.1)$$

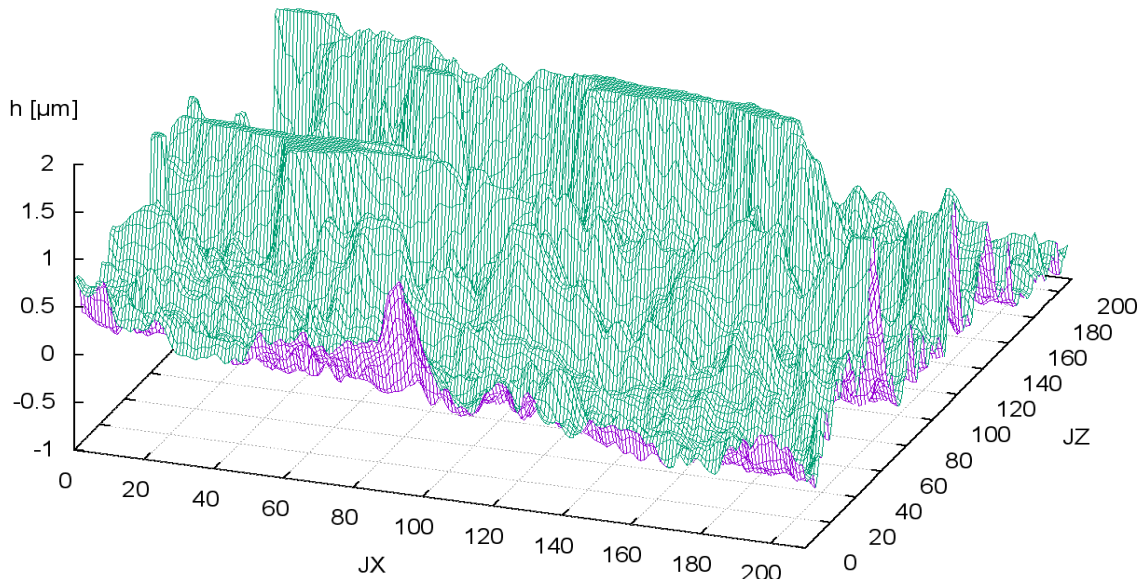
Aus der Differenz der Volumenströme vom glatten und vom rauen Schmierpalt (mPr7\_1) bei gleicher nomineller Schmierpalthöhe ( 7.1 ) ergibt sich der nachfolgend dargestellte Verlauf der Höhenkorrekturwerte  $h_{korr}$  in Abhängigkeit der Schmierpalthöhe  $h$  (Abb. 7.7). Laut softwareinterner Definition vergrößern positive Werte der Formabweichung die örtliche Spalthöhe. Um die Spaltverkleinerung abzubilden, sind an dieser Stelle bereits die negativen Korrekturwerte  $h_{korr}$  dargestellt.



**Abb. 7.7 Verlauf der Höhenkorrekturwerte für die Mischreibungsberechnung mit rauer Oberfläche - Probe mPr7\_1**

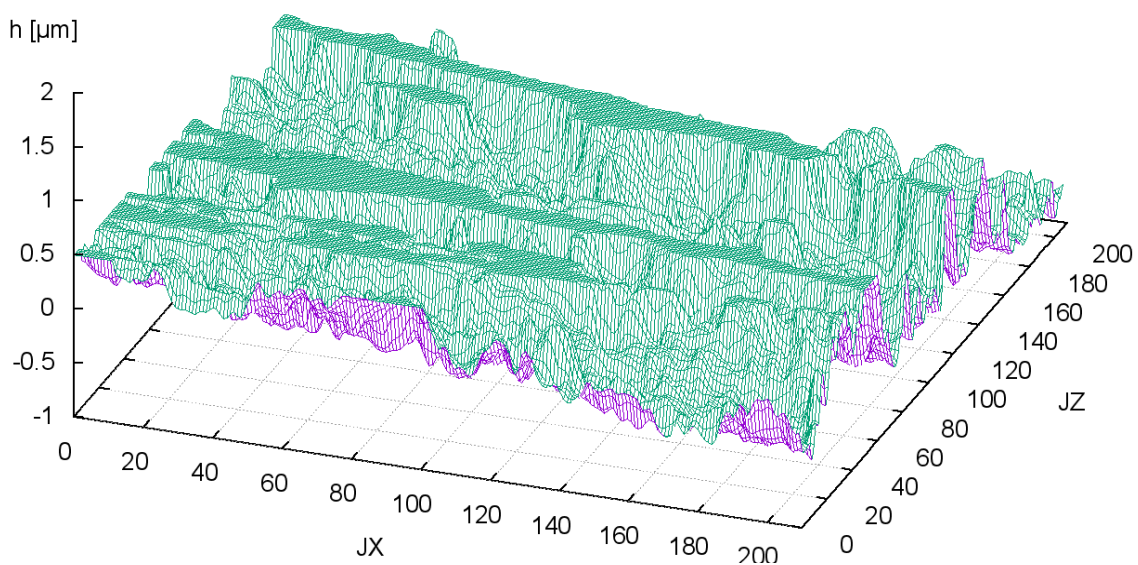
Ausgehend vom Beginn der Korrekturbetrachtung bei einer Schmierpalthöhe von  $h = 10\mu\text{m}$  steigt der Betrag des Korrekturwertes mit abnehmender Schmierpalthöhe bis zu seinem maximalen Betrag von  $|h_{korr}| = 0,59\mu\text{m}$  bei einer Schmierpalthöhe von  $h = 2\mu\text{m}$  an.

Aufgrund der rauen Oberfläche kommt es bereits ab einer Schmierpalthöhe von  $h_{krit} = 3,02\mu\text{m}$  zum ersten Festkörperkontakt. Daraus ergab sich für die hydrodynamische Betrachtung das Problem, dass eine Berechnung mit negativen Schmierpalthöhen nicht möglich ist. Für die auftretenden Kontaktbereiche erfolgt deshalb eine Anpassung der Rauheitshöhe in der Art, dass die Rauheitsspitzen in der Ebene der nominellen Schmierpalthöhe abgetrennt wurden. Aus numerischen Stabilitätsgründen musste zusätzlich ein hydrodynamisch wirksamer Restspalt von  $h = 0,5\mu\text{m}$  erhalten bleiben. Die Aufbereitung der Oberfläche ist am Beispiel der Schnitthöhen von  $h = 1,5\mu\text{m}$  (Abb. 7.8) für eine nominelle Schmierpalthöhe von  $h^* = 2\mu\text{m}$  und  $h = 0,5\mu\text{m}$  für eine nominelle Schmierpalthöhe von  $h^* = 1\mu\text{m}$  dargestellt (Abb. 7.9).



**Abb. 7.8 Schnitt der Oberfläche bei einer Höhe von  $h=1,5 \mu\text{m}$**

Durch den stark ansteigenden Materialanteil beim weiteren Verringern der Schmier-spalthöhe steht immer weniger Querschnittsfläche für das Durchströmen des Schmier-spalt zur Verfügung. Der Betrag des Korrekturwertes fällt wieder ab. Bei einer Schmier-spalthöhe von  $h = 1 \mu\text{m}$  sind etwa 10% der Schmier-spaltfläche in Kon-takt. Theoretisch nähert sich der Höhenkorrekturwert anschließend einem Betrag von  $h_{\text{korrr}} \sim 0$  an. Allerdings wird das Verhältnis vom rechentechnisch notwendigen Rest-spalt zum vorhandenen Schmier-spalt immer größer, sodass eine Berechnung in die-sem Bereich nicht mehr sinnvoll ist.

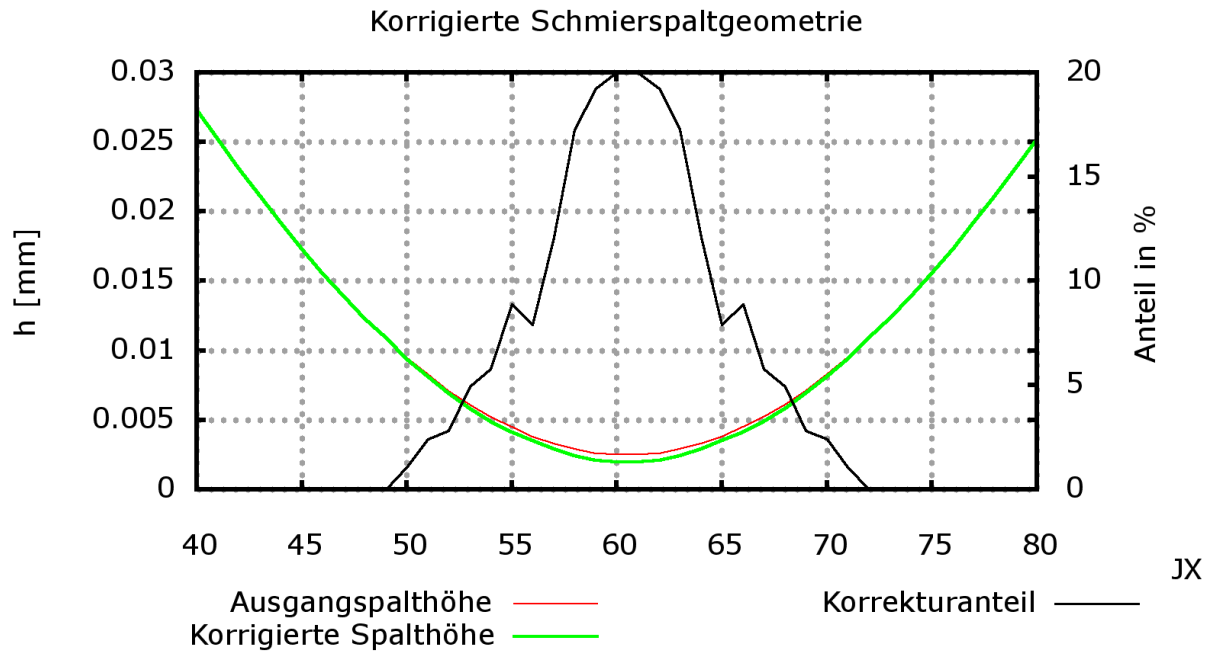


**Abb. 7.9 Schnitt der Oberfläche bei einer Höhe von  $h=0,5 \mu\text{m}$**

Wie in dem Beispiel zu erkennen war, wird das Schmiermittel im Bereich der in kontaktgetretenen Rauheitsspitzen zum Ausweichen gezwungen, da dort der Spalt den Wert Null annimmt und dieser sowohl die Strömung in als auch die Strömung aus dem Kontaktbereich heraus unterbindet. Die numerische Notwendigkeit eines Restspaltes bei der Flussanalyse über das raue Element führt dazu, dass der Volumenstrom tendenziell größer bestimmt wird. Somit fällt auch der Korrekturwert in diesen Bereich tendenziell höher aus. Da der Restspalt in den Bereichen der geschnittenen Rauheitsspitzen gebildet wird, nimmt der dadurch verursachte Fehler bei einer Annäherung an die Spalthöhe  $h \rightarrow 0$ , entsprechend der Materialanteilkurve zu. Dies bedeutet, dass der Fehler bei der rauen Volumenstromberechnung für die Mischreibungsbetrachtung vernachlässigt werden kann, da er in dem berechnungsrelevanten Bereichen der in kontakttretenden Rauheitsspitzen noch sehr klein ist.

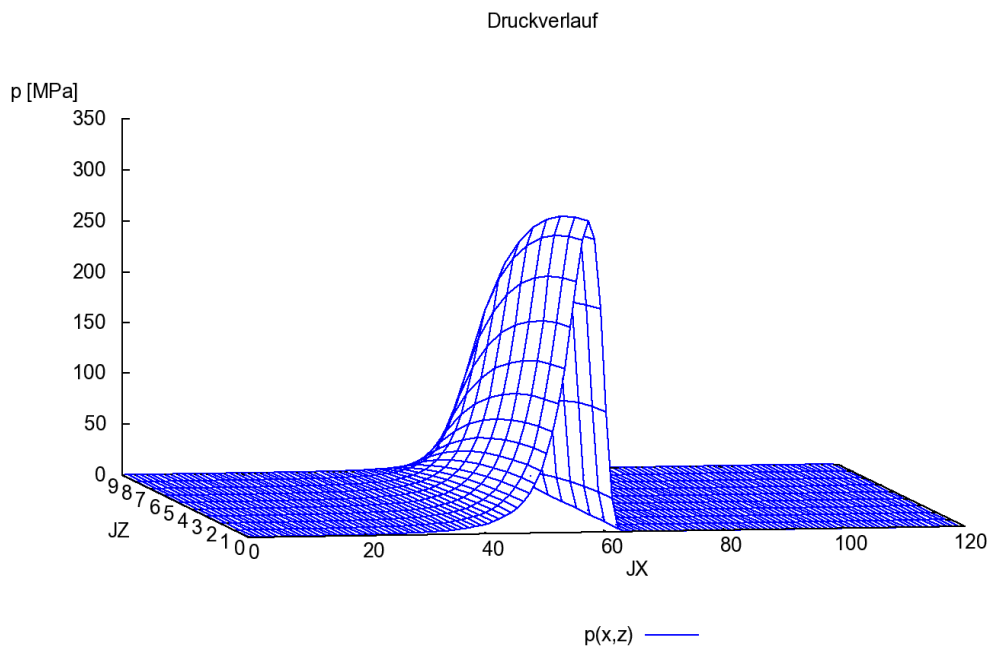
Im nächsten Schritt der hydrodynamischen Tragdruckkorrektur erfolgt der Abgleich der Spaltgeometrie mit der Höhenkorrekturfunktion. Diese liefert die korrigierte Schmierpaltgeometrie für die angepasste hydrodynamische Berechnung. Die Berücksichtigung der Geometriekorrektur erfolgt programmintern in einem Feld  $\Delta h_{La}(NZ, NX)$ . Die lokale Höhendifferenz  $\Delta h_{La}$  ist dabei als punktweise gegebene Formabweichung definiert. Die negativen Korrekturwerte verkleinern dabei die örtliche Schmierpalthöhe  $h$ . Durch numerische Differentiation werden auch die partiellen Ableitungen der eingebrachten Formabweichung der Lagerschale  $\frac{\partial \Delta h_{La}}{\partial x}$  und  $\frac{\partial \Delta h_{La}}{\partial z}$  punktweise gelöst. Laut Definition, ist die Formabweichung, bezogen auf das Lager-schalenfeste Koordinatensystem x-y-z, zeitlich konstant, sodass gilt  $\frac{\partial \Delta h_{La}}{\partial t} = 0$ .

In der nachfolgenden Abbildung ist die korrigierte Schmierpaltgeometrie (grün) als Ausschnitt im Bereich der minimalen Schmierpalthöhe zweidimensional dargestellt (Abb. 7.10). Für eine bessere Sichtbarkeit erfolgt eine Gegenüberstellung mit der abgewickelten, ideal zylindrischen Ausgangsgeometrie (rot).



**Abb. 7.10 Gegenüberstellung der Ausgangs- und der korrigierten Schmierspaltgeometrie**

Zusätzlich ist der prozentuale Anteil des Korrekturbetrages an der lokalen Ausgangspalthöhe dargestellt. Bei gleicher Exzentrizität erfolgt im Bereich des engsten Schmierspalt es eine Höhenkorrektur um etwa 20% der lokalen Ausgangshöhe der Schmierspaltgeometrie.



**Abb. 7.11 Hydrodynamischer Traganteil der Mischreibungsbetrachtung**

Die anschließende glatte hydrodynamische Berechnung mit der veränderten Spaltgeometrie liefert einen korrigierten Druckverlauf (Abb. 7.11) mit einem maximalen Druck von  $p = 305,25 \text{ MPa}$  und einer draus resultierenden Lagerbelastung von  $f = 224,6 \text{ kN}$ . Dies entspricht einer dimensionslosen Lagerbelastung von  $S_o = 17,16$ . Alleine aus der Abbildung des korrigierten hydrodynamischen Traganteils im theoretischen Mischreibungsbereich resultiert also eine "Tragkraftherhöhung" von etwa 26,5%.

In dem dargestellten Berechnungsablauf ist die elastische Spaltaufweitung aufgrund des hydrodynamischen Druckes aktuell nicht implementiert. Diese sollte aber berücksichtigt werden, da der Betrag der elastischen Verformungen in der Größenordnung der Rauheitshöhen liegen kann. Durch die Vernachlässigung der EHD werden die hydrodynamischen Drücke tendenziell größer bestimmt.

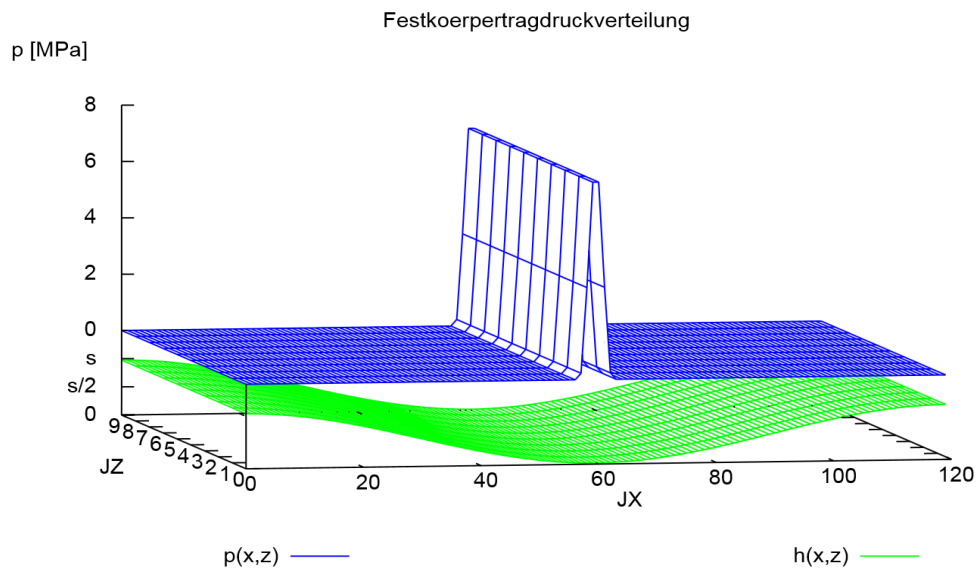
### 7.3.3 Diskussion der Festkörpertragdruckberechnung und deren Ergebnisse

Ausgangspunkt der Festkörpertragdruckberechnung ist die gemittelte Materialanteilskurve, wie sie im vorangegangenen Abschnitt 7.3.1 vorgestellt wurde. Bei einer relativen Exzentrizität von  $E = 0,95$  ( $e = 0.0475 \text{ mm}$ ) ergibt sich eine Eindringtiefe, der glatten Wellenoberfläche in das raue Oberflächenprofil der Lagerschale (mPr7\_1) von  $\Delta h = 0,48 \mu\text{m}$ . Daraus resultiert, laut Materialanteilkurve, ein realer Kontaktflächenanteil von  $\alpha_{real} = 0,15\%$  der Fläche des am höchsten belasteten Gitterelementes. Die Kontaktkraft wird auf die Fläche ( $dx \cdot dz$ ) des repräsentativen Ausschnitts des Gitterelementes bezogen. In der nachfolgenden Tabelle 7-3 sind die Ergebnisse der mischreibungsbehafteten Berechnung einmal zusammengefasst.

**Tabelle 7-3 Aufteilung von Tragfähigkeit, maximalem Druck und dimensionsloser Lagerbelastung bei  $e = 0,0475$  im Mischreibungsbereich**

|                              | Hydrodynamischer Anteil | Festkörpertraganteil | Gesamt |
|------------------------------|-------------------------|----------------------|--------|
| $f \quad [\text{kN}]$        | 224,60                  | 3,64                 | 227,16 |
| $p_{max} \quad [\text{MPa}]$ | 305,25                  | 8,88                 | 305,45 |
| $S_o$                        | 17,16                   | 0,28                 | 17,35  |

Die ermittelte Festkörpertragdruckverteilung (blaue Fläche) über der abgewinkelten Schmierspaltgeometrie (grüne Fläche) stellt sich wie folgt dar:



**Abb. 7.12 Festkörpertragdruckverlauf über abgewinkelter Schmierspaltgeometrie**

Der maximale Festkörpertragdruck betrug  $P_c = 8,88 \text{ kN}$ . Die Lagerbelastung aufgrund dieses Druckes sind  $f = 3,64 \text{ kN}$ , welches einer dimensionslosen Lagerbelastung von  $S_0 = 0,28$  entspricht. Aufgrund der Geometrie des Schmierspalttes tritt der maximale Festkörpertragdruck im Bereich der minimalen Schmierspalthöhe auf. Der maximale hydrodynamische Tragdruck hingegen baut sich vor dem Erreichen der minimalen Schmierspalthöhe auf und ist bereits beim Abklingen, wenn der engste Spalt erreicht wird. Durch das verschobene Maximum hat der Festkörpertragdruck in diesem Berechnungsbeispiel einen sehr geringen Einfluss auf den lokalen maximalen Druckwert im Lager. Über die gesamte Schmierspaltfläche betrachtet, liefert die Festkörpertragdruckkomponente allerdings einen zusätzlichen Anteil der Lagerbelastung. In dem dargestellten Beispiel steigt diese um etwa 1,2% auf einen Wert von  $f = 227,16 \text{ kN}$  an. Um die Ergebnisse der Mischreibungsbetrachtung vergleichbar zu machen, wird iterativ ein gleichwertig belastetes, glattes hydrodynamisches Lager ermittelt. Die Variation der Wellenverlagerung liefert die nachfolgend in Tabelle 7-4 dargestellten Ergebnisse.

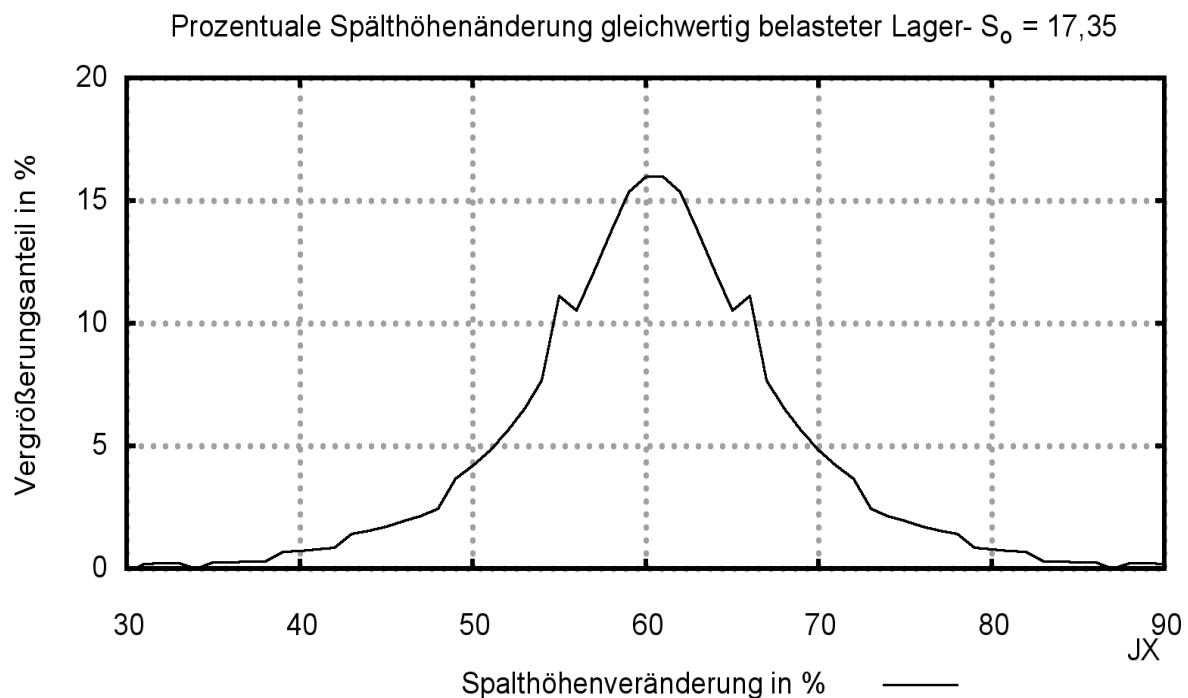
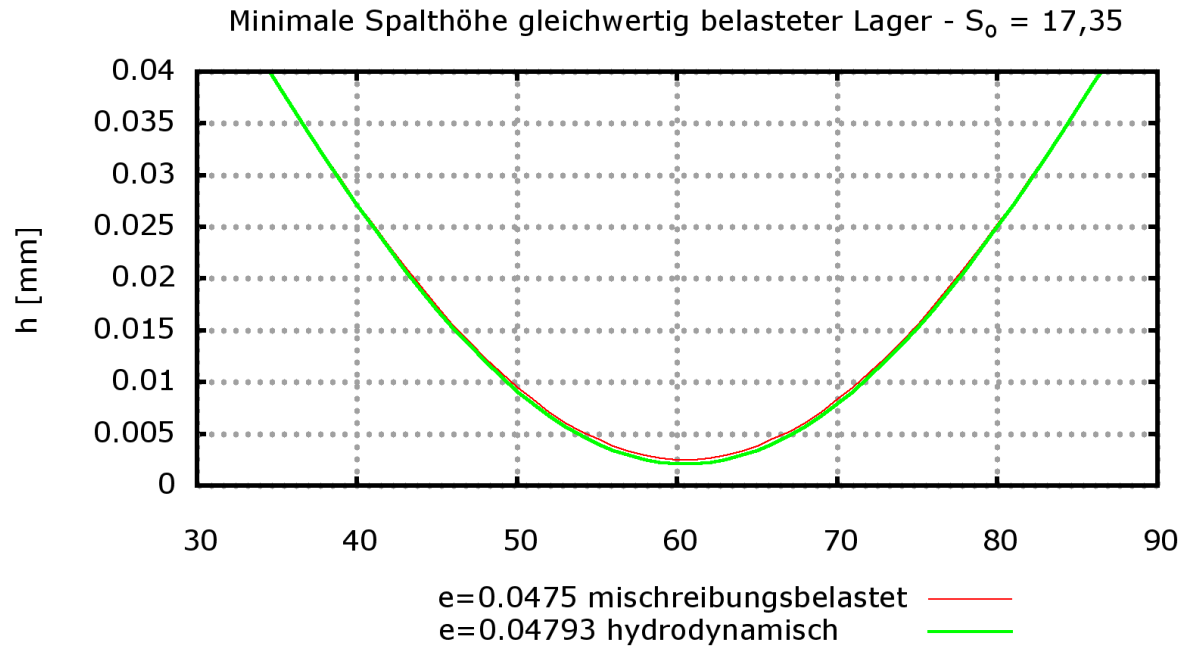


**Tabelle 7-4 Tragfähigkeit, maximaler Druck und dimensionslose Lagerbelastung bei Variation der Exzentrizität mit glatter Lagerschale**

| $e$ [mm]       | $f$ [kN] | $p_{max}$ [MPa] | $So$  |
|----------------|----------|-----------------|-------|
| <b>0,0482</b>  | 271,48   | 383,75          | 20,73 |
| <b>0,0481</b>  | 253,46   | 351,01          | 19,36 |
| <b>0,0480</b>  | 237,38   | 322,18          | 18,13 |
| <b>0,04795</b> | 229,96   | 309,05          | 17,56 |
| <b>0,04793</b> | 227,11   | 304,01          | 17,35 |
| <b>0,04792</b> | 225,71   | 301,54          | 17,24 |
| <b>0,0479</b>  | 222,94   | 296,68          | 17,03 |
| <b>0,0478</b>  | 209,91   | 274,0           | 16,03 |

Bei einer Exzentrizität von  $E = 0,9586$  ( $e = 0,04793$ ) stellt sich im glatten Radialgleitlager eine gleichwertige Lagerbelastung von  $f = 227,11 \text{ kN}$  bzw. von  $So = 17,35$  ein. Die sehr kleine Exzentrizitätsänderung von  $\Delta e = 0,43 \mu\text{m}$  entspricht etwa einer Exzentrizitätsänderung von  $\Delta E \sim 0,9\%$  gegenüber dem mischreibungsbehafteten Lager.

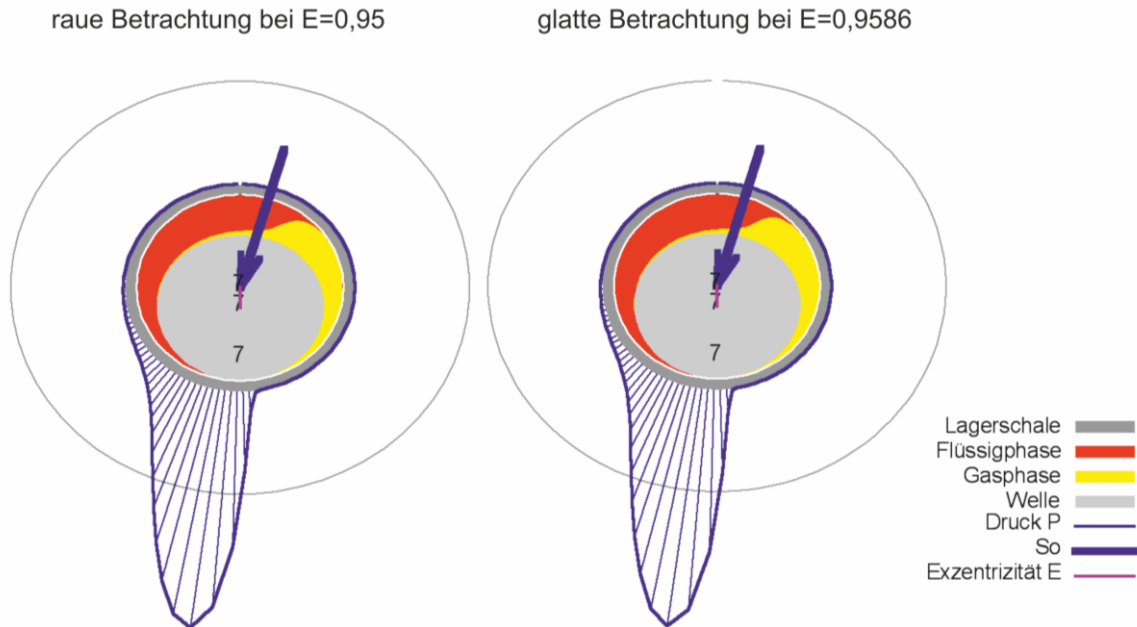
Nachfolgend wird die sich einstellende Schmierspaltgeometrie für die beiden gleichwertig belasteten Gleitlager (Abb. 7.13) untersucht. Die Gegenüberstellung der minimalen Schmierspalthöhen sowohl des mischreibungsbehafteten (rot) als auch des glatten hydrodynamischen Lagers (grün) zeigen eine kleine Höhendifferenz im engsten Schmierspalt. Der zweite Teil der Abbildung betrachtet den relativen Anteil der Höhendifferenz der beiden Schmierspaltgeometrien an der lokalen Schmierspalthöhe. Hier wird deutlich, dass die sich einstellende minimale Schmierspalthöhe des mischreibungsbehafteten Lagers um fast 17% größer ist als bei dem gleichwertig belasteten hydrodynamischen Lager. Aus der sehr kleinen Exzentrizitätsänderung zwischen den Modellen resultiert also eine viel größere effektive Änderung der lokalen Schmierspalthöhe im berechnungsrelevanten Bereich des Gleitlagers.



**Abb. 7.13 Vergleich der minimalen Schmier-spalthöhen bei gleichwertig belastetem rauhen und glatten Radialgleitlager**

Die grafische Gegenüberstellung der resultierenden Druckverläufe (Abb. 7.14) zeigt keine signifikante Erhöhung der lokalen Drücke im Schmier-spalt. Dies resultiert zum einen aus der bereits dargestellten Verschiebung der Maxima von Flüssigkeits- und Festkörpertragdruck. Durch die zusätzliche Belastungskomponente des

Festkörpertragdruckes im Bereich des abklingenden hydrodynamischen Druckes ergibt sich ein etwas breiterer Druckverlauf. Für dieses Beispiel ist die Änderung marginal aufgrund des viel größeren Anteiles des hydrodynamischen Druckes an der Gesamtbelastung.



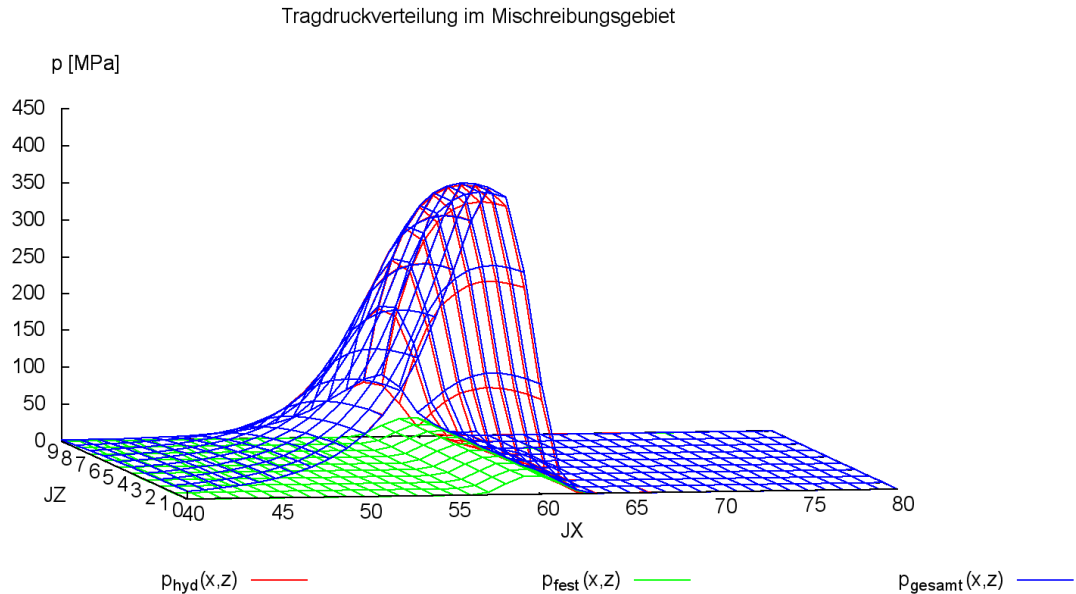
**Abb. 7.14 Dimensionsloser Druckverlauf im Schmierpalt gleichwertig belasteter Lager**

Wird die Exzentrizität auf einen Wert von  $e = 0.0478\text{mm}$  erhöht, bleibt der hydrodynamische Druck im Mischreibungsbereich weiterhin dominant (Tabelle 7-5).

**Tabelle 7-5 Aufteilung von Tragfähigkeit, maximalem Druck und dimensionsloser Lagerbelastung bei  $e = 0,0478\text{mm}$  im Mischreibungsbereich**

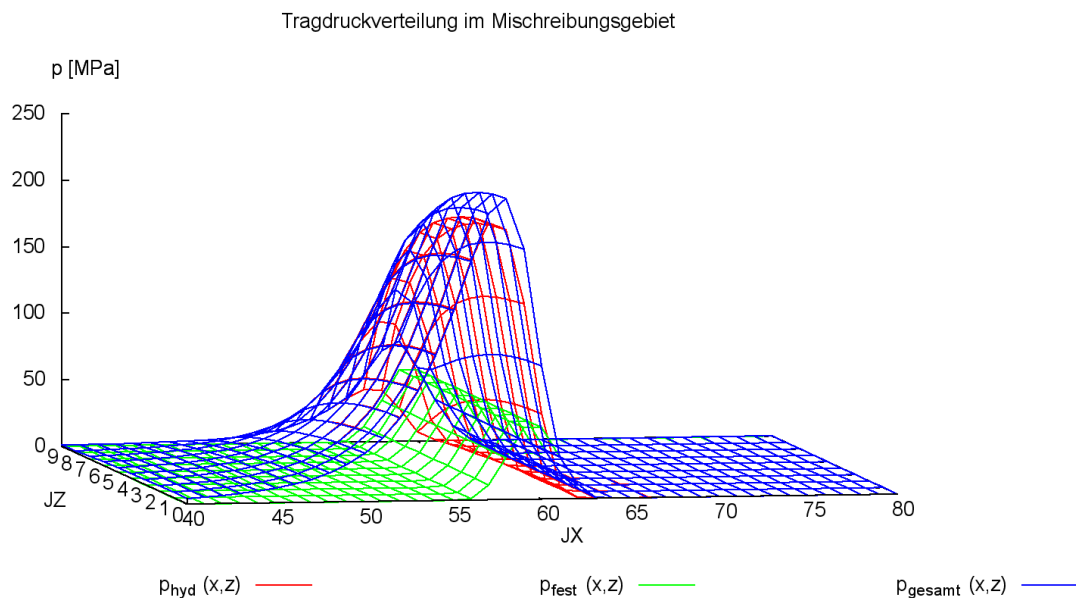
|                 | Hydrodynamischer Anteil | Festkörpertrag-anteil | Gesamt |
|-----------------|-------------------------|-----------------------|--------|
| $f$ [kN]        | 283,23                  | 11,92                 | 291,88 |
| $p_{max}$ [MPa] | 412,93                  | 25,89                 | 415,79 |
| $So$            | 21,6                    | 0,91                  | 22,30  |

In der nachfolgenden Darstellung (Abb. 7.15) ist zwar eine größere Festkörpertragdruckkomponente (grüne Fläche) zu erkennen, allerdings bildet der hydrodynamische Druck (rote Fläche) weiterhin fast vollständig die Gesamtbelastung (blaue Fläche) des berechneten Lagers ab.



**Abb. 7.15 Tragdruckverteilung bei der Mischreibungsbetrachtung ( $e=0,0478\text{mm}$ ,  $n=500\text{ 1/min}$ )**

Wie in den vorangegangenen Beispielen deutlich wurde, ist der Anteil des Festkörpertragdruckes an der Gesamttragfähigkeit gering. Dies resultiert aus der hohen Drehzahl von  $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$ , welche zu einem hohen hydrodynamischen Druckaufbau führt.

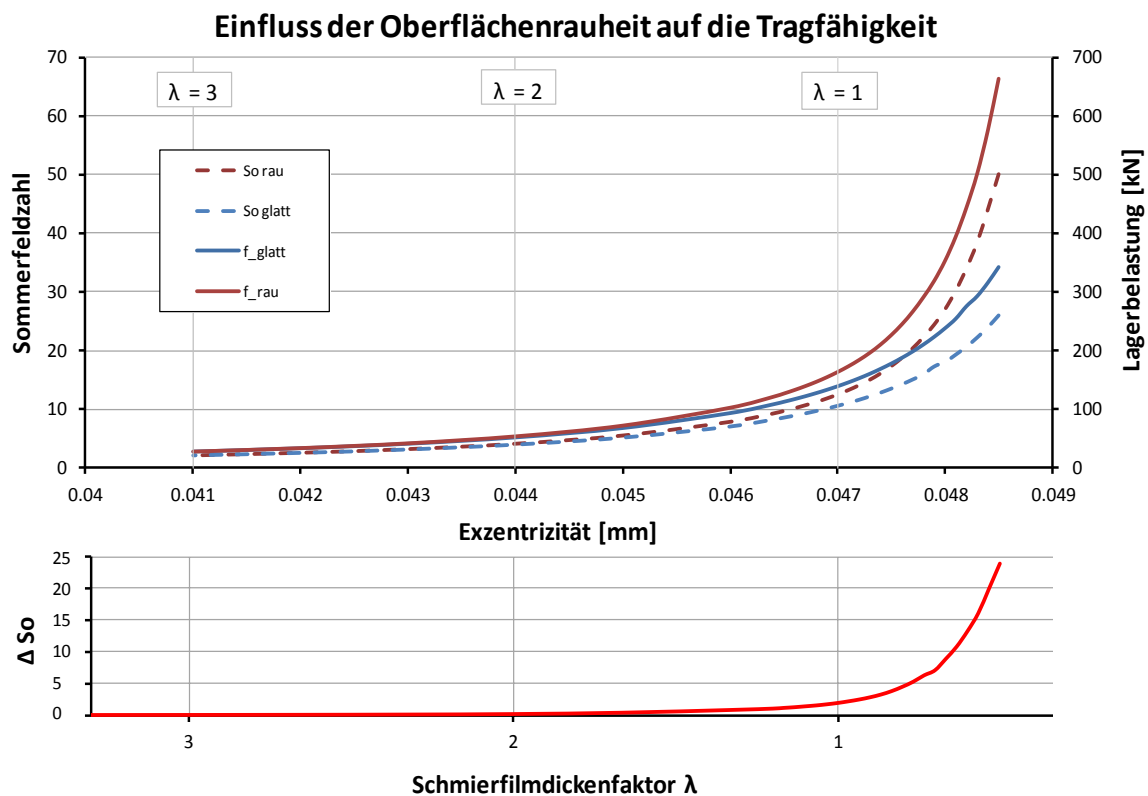


**Abb. 7.16 Tragdruckverteilung bei der Mischreibungsbetrachtung ( $e=0,048\text{mm}$ ,  $n=200\text{ 1/min}$ )**

Durch das Absenken der Drehzahl und das weitere Vergrößern der Exzentrizität lässt sich ein größerer Einfluss der Festkörpertragkraftkomponente abbilden. Exempla-

risch ist dies an dem gleichen Beispiellager bei einer geringeren Drehzahl von  $n = 200 \frac{1}{\text{min}}$  und einer Exzentrizität von  $E = 0,96$  ( $e = 0,048 \text{ mm}$ ) dargestellt (Abb. 7.16).

Wird die Wellenverlagerung nun so variiert, dass alle Berechnungsbereiche des vorgestellten Modelles durchlaufen werden, ergibt sich der nachfolgend dargestellte Belastungsverläufe (Abb. 7.17). In der Grafik wird die Lagerbelastung über die Exzentrizität der Welle, sowie der Abstand der Sommerfeldzahlverläufe  $\Delta S_o = |S_{o_{rau}} - S_{o_{glatt}}|$  abgebildet. Dabei werden sowohl die Ergebnisse, welche mit dem Modell der reinen Hydrodynamik (erweiterte R-DGL- blau) ermittelt wurden als auch die Ergebnisse aus der Berechnung mit dem vorgestellten Mischreibungsansatz (rot) dargestellt. Die Berechnungen erfolgten bei einer Drehzahl von  $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$ .



**Abb. 7.17 Ergebnisse aus glatter und rauer Tragfähigkeitsberechnung**

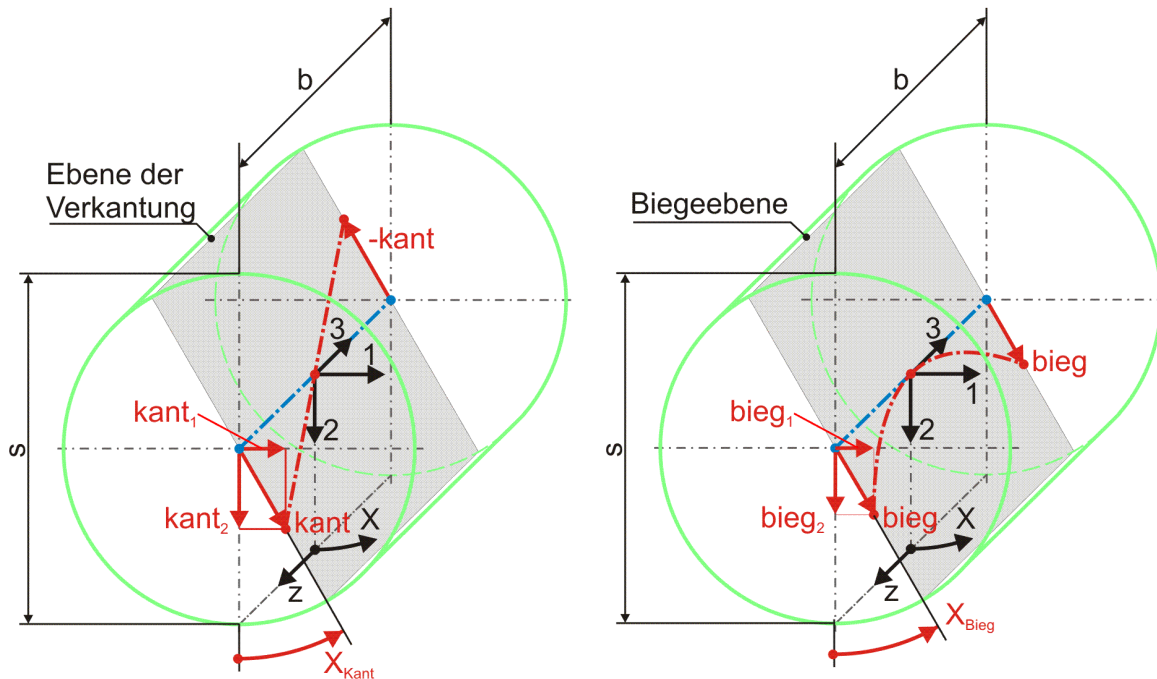
Die Darstellung erfolgt bis zu einem Schmierfilmdickenfaktor von  $\lambda = 3$ , dadurch können die Ergebnisse für alle Modellbereiche des Mischreibungsansatzes abgebildet werden. Im Bereich oberhalb eines Schmierfilmdickenfaktors von  $\lambda = 3$  gilt für die Tragfähigkeitsberechnung die reine Hydrodynamik, zwischen  $\lambda = 3$  und  $\lambda = 1$  erfolgt nur die Korrektur der Spalthöhe zur Anpassung des hydrodynamischen

Druckaufbaus und beim Unterschreiten der kritischen Schmier-spalthöhe bei  $\lambda = 1$  erfolgt zusätzlich die Bestimmung des Festkörpertragdruckes. Im Bereich der Hydrodynamik unterscheiden sich die Belastungsverläufe der beiden Modelle nicht. Wie in dem unteren Bereich der Grafik (Abb. 7.17) dargestellt ist, beträgt der absolute Abstand zwischen den dimensionslosen Belastungsverläufen  $\Delta S_0 = 0$ . Im Abschnitt der hydrodynamischen Korrektur ( $\lambda = 3 \rightarrow 1$ ) ist der Einfluss der Rauheiten, vor dem eigentlichen in den Kontakt treten der Spitzen, sehr gut zu erkennen. Durch den beschriebenen Modellansatz kann eine Tragfähigkeitserhöhung bei der rauen Betrachtungsweise des Lagers nachgewiesen werden. Der Abstand der Belastungsverläufe vergrößert sich auf Betrag von  $d = 3$  vor dem Übergang in das eigentliche Mischreibungsgebiet bei ( $\lambda < 1$ ). Dies deckt sich mit den in der Literatur bekannten Erkenntnissen. In diesem Bereich treten noch keine Festkörperkontakte auf, sodass die Tragkrafterhöhung lediglich auf den Einfluss der Rauheitsspitzen auf den hydrodynamischen Fluss zurückzuführen ist. Des Weiteren ist der im Abschnitt (6.1.3) beschriebene Fehler aufgrund des numerisch notwendigen Restspaltes bei der Flussanalyse in diesem Bereich noch nicht vorhanden. Da auch die Hydrodynamik für diesen Abschnitt vollständig gültig ist, kann davon ausgegangen werden, dass das vorgestellte Modell diesen Bereich zuverlässig beschreibt.

In dem sich anschließenden Gebiet nimmt die Lagerbelastung bei der Vergrößerung der Exzentrizität weiter zu. Durch die Berücksichtigung einer zusätzlichen Tragdruckkomponente steigt der Belastungsverlauf bei der rauen Betrachtungsweise sehr viel stärker an, als bei der glatten Hydrodynamik. Die glatte Hydrodynamik ist für die Tragfähigkeitsvorhersage in diesem Bereich nicht mehr gültig. Die Korrektur des Flüssigkeitstragdruckes bildet den Einfluss der in Kontakt getretenen Rauheiten auf den hydrodynamischen Fluss ab. Wie bereits in Abschnitt 7.2 beschrieben wurde, ist diese durch die Notwendigkeit eines numerischen Restspaltes fehlerbehaftet. Für den berechnungsrelevanten Bereich der geringen Eindringtiefen ist er allerdings vernachlässigbar klein, nimmt aber entsprechend der Spalthöhenabhängigkeit der Materialanteilkurve zu. Mit Zunahme des Materialanteils steigen die Kontaktdrücke rapide an. Der Einfluss des Korrekturferrors auf den hydrodynamischen Druck wird also gegenüber dem viel größeren Festkörperdrücken wieder vernachlässigbar klein.

In den bisher betrachteten Beispielen ergaben sich die Mischreibungsbereiche durch die geometrischen Zusammenhänge aus Welle, Lager und der Exzentrizität. Nach-

folgend wird nun zusätzlich der Anwendungsfall der Wellenverformung durch die Berücksichtigung von Verkantung und Wellenbiegung betrachtet. Die Wellenverformung wird entsprechend der Darstellung (Abb. 7.18) über externe Parameter definiert.

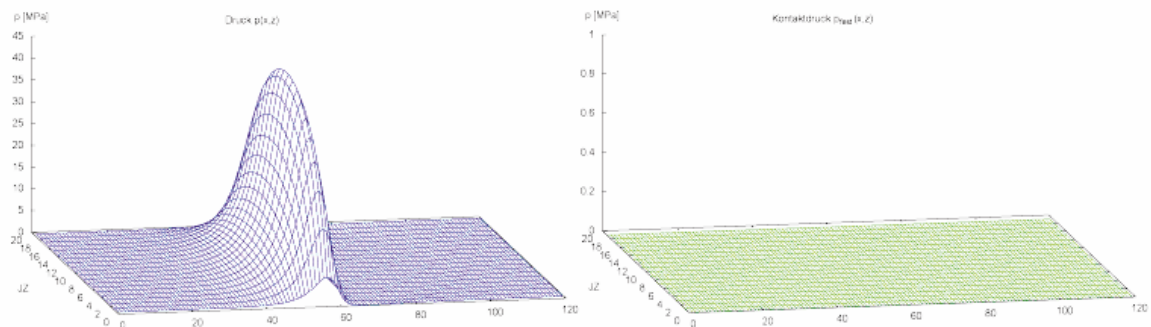


**Abb. 7.18 Definition der Parameter für die Wellenverformung: Verkantung (l) Biegung (r) [79]**

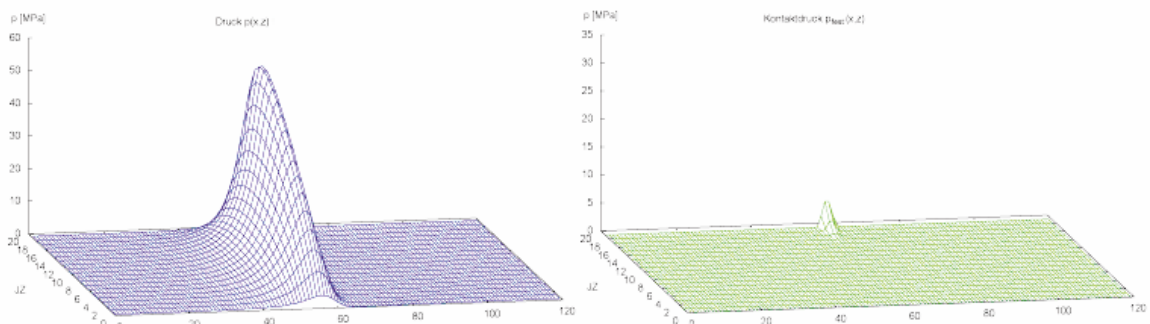
Im ersten Berechnungsfall wurde der Einfluss der Verkantung auf die Bereiche der Mischreibungsbetrachtung im Beispiellager untersucht. Dafür wurde bei einer Exzentrizität von  $E = 0,92$  und einer Drehzahl von  $n = 200 \frac{1}{\text{min}}$  die Verkantung  $Kant$  variiert. Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Übersicht (Abb. 7.19) zusammengefasst. Die erste Grafik (Abb. 7.19 a) zeigt den Ausgangszustand bei unverformter Welle im Betriebszustand der reinen Hydrodynamik. Es treten keine Festkörperdrücke auf. Wird die Verkantung erhöht, wandert die minimale Schmierpalthöhe und damit der Druckberg zum Lagerrand. Ab einer Verkantung von  $Kant = 0,03$  bildet sich das sogenannte Kantentrage aus (Abb. 7.19 b). Im Mischreibungsbereich am Lagerrand treten die ersten Rauheitsspitzen in Kontakt. Wird die Verkantung noch weiter erhöht, steigen die Festkörperdrücke signifikant an. Dies konnte bereits bei der Betrachtung der reinen Wellenverlagerung (Abb. 7.17) beobachtet werden. Bei einer Verkantung von  $Kant = 0,05$  (Abb. 7.19 d) bilden die Festkörperdrücke die maximal auftretenden Werte von  $p_{max} = 241,1 \text{ MPa}$  im Schmierpalt (Tabelle 7-6).



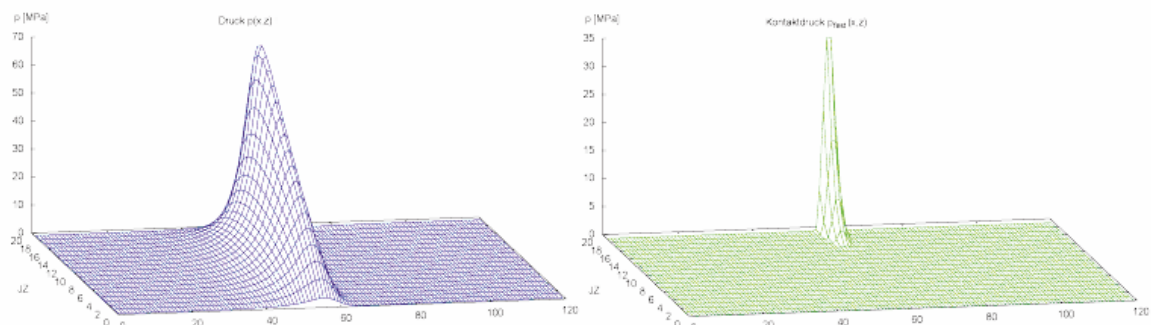
(a) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und  $Kant = 0$



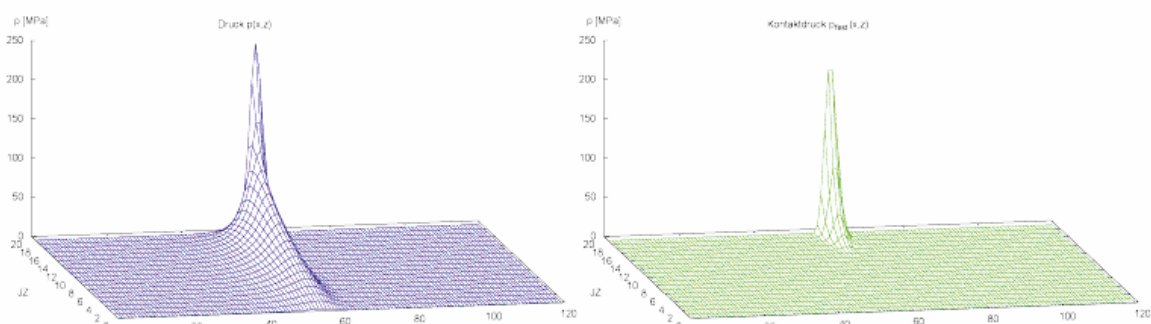
(b) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und  $Kant = 0,03$



(c) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und  $Kant = 0,04$



(d) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und  $Kant = 0,05$



**Abb. 7.19 Druckverlauf im Schmierspalt bei Variation der Verkantung der Welle ( $n=200$  1/min,  $E=0,92$ ,  $X_{Kant}=0$ )**



Tabelle 7-6 Lagerbelastung und max. Schmierfilmdruck bei Variation der Wellenverkantung

| <b><i>Kant</i></b>       | 0     | 0,03   | 0,04  | 0,05   |
|--------------------------|-------|--------|-------|--------|
| <b><i>kant</i> [mm]</b>  | 0     | 0,0015 | 0,002 | 0,0025 |
| <b><i>fmax</i> [kN]</b>  | 41,46 | 44,02  | 48,11 | 59,5   |
| <b><i>pmax</i> [MPa]</b> | 45,88 | 55,29  | 69,97 | 241,1  |

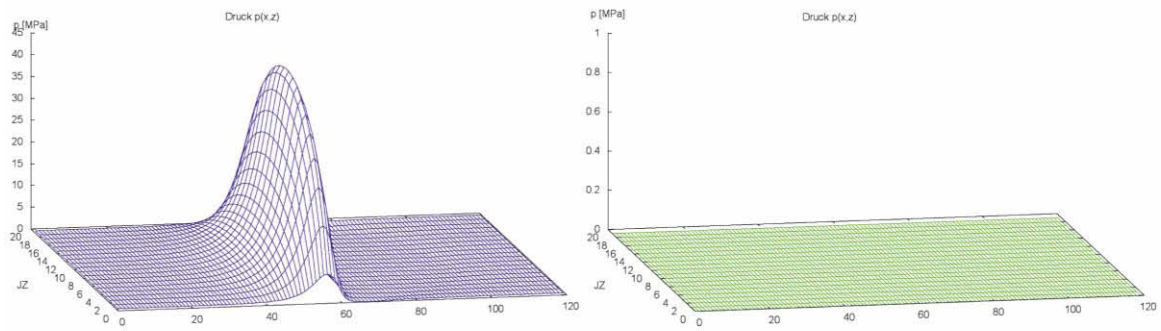
Wird die Wellenverlagerung betrachtet, sehen die Verhältnisse ähnlich aus. In der Übersicht (Abb. 7.20) sind die Druckverläufe und die zugehörigen Kontaktdruckverläufe für unterschiedliche Werte des Parameters der Wellenbiegung *Bieg* dargestellt. Ausgangspunkt ist wieder der unverformte Zustand der Welle im Betriebsbereich der Hydrodynamik (Abb. 7.20 a) bei einer relativen Exzentrizität von  $E = 0,92$ . Im unverformten Zustand der Welle bildet sich der hydrodynamische Druckberg in der Wellenmitte aus und fällt zu den Lagerrändern ab. Wird der Betrag der Wellenbiegung erhöht, verschieben sich die minimalen Schmierpalthöhen aus der Lagermitte in Richtung der Lagerränder. Der Druckberg verbreitert sich in axialer Richtung (Abb. 7.20 b). Die weitere Erhöhung der Wellenbiegung (Abb. 7.20 c) auf einen Wert von  $Bieg = 0,04$  führt dazu, dass sich zwei Druckmaxima im Bereich der jeweiligen Lagerränder bilden. Zusätzlich lässt sich Kantentragen beobachten, es treten Festkörperkontakte im Bereich der Lagerränder auf. Im nächsten Bild (Abb. 7.20 d) ist wieder die signifikante Erhöhung der Kontaktdrücke bei einer weiteren Steigerung der Wellenbiegung zu erkennen (Tabelle 7-7).

Aus den beiden Beispielen wird ersichtlich, dass das Modell für die Betrachtung des Mischreibungsbereiches durchaus auch geeignet ist, andere kritische Belastungszustände abzubilden.

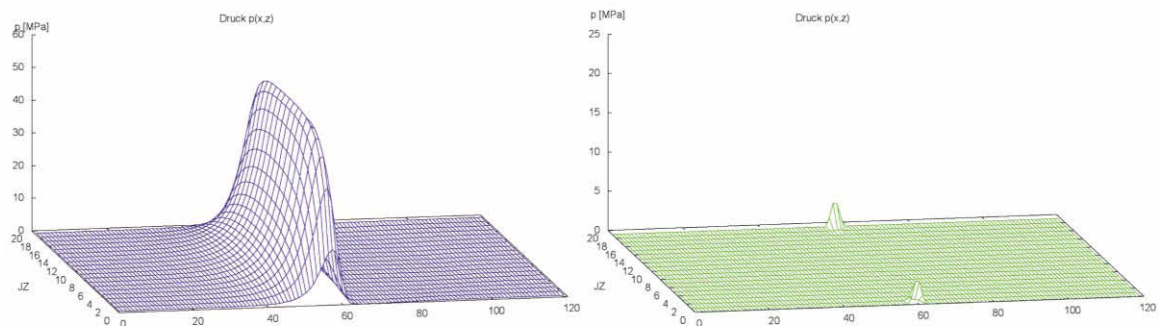
Tabelle 7-7 Lagerbelastung und max. Schmierfilmdruck bei Variation der Wellenbiegung

| <b><i>Kant</i></b>       | 0     | 0,03   | 0,04  | 0,05   |
|--------------------------|-------|--------|-------|--------|
| <b><i>Kant</i> [mm]</b>  | 0     | 0,0015 | 0,002 | 0,0025 |
| <b><i>fmax</i> [kN]</b>  | 41,46 | 53,46  | 59,68 | 77,78  |
| <b><i>pmax</i> [MPa]</b> | 45,88 | 52,02  | 56,77 | 173,53 |

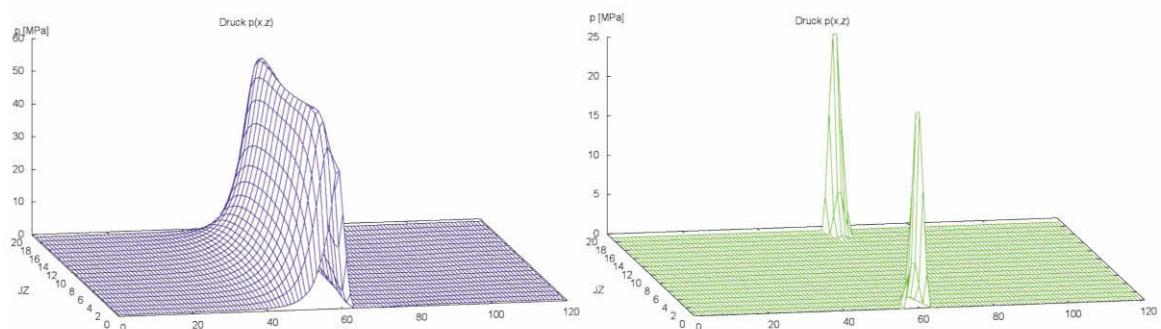
(a) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und Bieg = 0



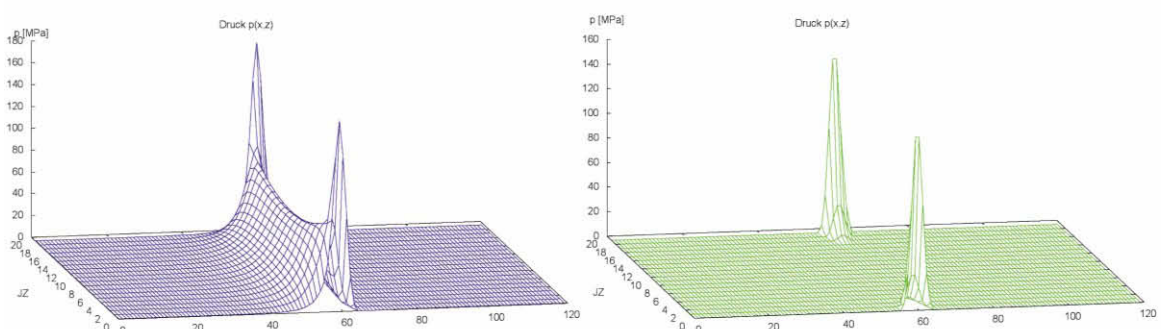
(b) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und Bieg = 0,03



(c) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und Bieg = 0,04



(d) Druckverlauf bei  $E = 0,92$  und Bieg = 0,05



**Abb. 7.20 Druckverlauf im Schmierpalt bei Variation der Biegung der Welle ( $n=200$  1/min,  $E=0,92$ ,  $X_{\text{Bieg}}=0$ )**

Wie in der Modellbeschreibung vorgestellt wurde, erfolgt die Einbeziehung der Oberflächentopographie in die Mischreibungsbetrachtung durch die experimentell ermittelte Materialanteilskurve und dem sich daraus ergebenden "realen" Festkörperkontaktanteil. Der statistische Ansatz lässt keine Aussage über die genaue Geometrie der Mikrokontakte zu, sodass das Kontaktmodell auf einfache Ansätze beschränkt bleibt, weshalb dieses im nachfolgenden kritisch betrachtet wird. Die Grundannahme des Festkörperkontaktmodelles ist die homogene Ausprägung der Topographie über die gesamte Lagerschalenoberfläche. Erst dadurch ist es möglich, diese über einen kleinen repräsentativen Oberflächenausschnitt zu beschreiben und so den Rechenaufwand gering zu halten. Theoretisch können aber auch in unterschiedlichen Bereichen der Lagerschale verschiedene Oberflächenzustände abgebildet werden. Für diese sind dann allerdings die jeweils notwendigen Daten zu hinterlegen.

Der hier gewählte Ansatz der einachsigen, linear-elastischen Verformung der Rauheitsspitzen, vernachlässigt die plastische Verformung und stellt eine sehr starke Vereinfachung in der Kontaktmodellierung dar. Dies führt zu sehr konservativen Ergebnissen mit tendenziell höheren Drücken bei der Kontaktdruckberechnung. Wie bereits in verschiedenen Untersuchungen gezeigt werden konnte, würde die Berücksichtigung eines elastisch-plastischen Materialverhaltens zu einer zusätzlichen Absenkung der ermittelten Drücke führen [44].

Darüber hinaus vernachlässigt das vorgestellte Mischreibungsmodell die elastische Rückwirkung der Lagerschale aufgrund der Belastung durch die ermittelte Festkörpertragkraft. Die Drücke werden somit tendenziell größer ermittelt. Eine Implementierung in das Mischreibungsmodell wäre sinnvoll, denn ähnlich wie bei der EHD können die Beträge der Spaltaufweitung durchaus im Bereich der Rauheitshöhe liegen. Verschiedene Untersuchungen haben gezeigt, dass die elastische Rückwirkung prinzipiell über eine, mithilfe der FEM ermittelten, Druckeinflussmatrix im System SIRIUS berücksichtigt werden kann [14] [61]. Eine Implementierung im Zusammenhang mit der Mischreibungsbetrachtung hätte den Umfang dieser Arbeit überschritten.

Die statistische Abbildung der Oberflächentopographie und die damit verbundene Zusammenfassung der Rauheitsspitzen führt weiterhin dazu, dass die Rückwirkung elastisch-verformter Rauheitsspitzen auf benachbarte Oberflächenelemente nicht berücksichtigt werden kann. Ebenfalls kann die kontaktbedingte Deformation der Rauheitsspitze selber nicht betrachtet werden.

Durch die statistische Beschreibung der Kontakte als Flächenanteil, bleibt die Quantifizierung der Reibung im Bereich der Mischreibungsgebiete auf die Coulomb-Reibung begrenzt. Der dafür notwendige Reibkoeffizient muss experimentell bestimmt werden, da er stark vom jeweiligen tribologischen System abhängig ist. Mechanismen, welche die Vorgänge in Abhängigkeit von der Form der Einzelkontakte beschreiben, können nicht berücksichtigt werden, beispielsweise die lokale Plastifizierung in den Mikrokontakten, Blitztemperaturen beim lokalen Versagen des Schmierfilms in den Mikrokontakten etc.

Aufgrund der hohen Leistungsdichte in den mischreibungsbelasteten Bereichen werden zusätzlich einige Grundannahmen der Hydrodynamik verletzt. So kann das vorgestellte Modell beispielsweise nicht die Druck- und Scherratenabhängigkeit der kinematischen Viskosität abbilden.

Wird das umgesetzte Simulationstool für die Berücksichtigung der Lastaufteilung mit den kommerziellen Lösungen in diesem Bereich verglichen, haben diese durchaus ihre Berechtigung. Sie lösen simultan neben der R-DGL für die Druckverteilung, die Wärmeleitungsgleichungen für die Lagerschalenstruktur und die Welle und ebenfalls die Energiegleichung für den Schmierpalt. Die Temperatur- und Druckabhängigkeit der Viskosität dient dabei zur nicht-linearen Koppelung von R-DGL und Energiegleichung [50]<sup>11</sup>. Des Weiteren erfolgt mithilfe von Zusatzmodulen die Bestimmung flächenhafter tribologischer Kennwerte für die Simulation. Durch enorme Rechenleistung ist damit auch eine andere Qualität der Auswertung möglich. Die Modelle der Oberflächenbeschreibung beruhen bei den kommerziellen Programmen ebenfalls auf statistischen Ansätzen, sind allerdings auf Oberflächen mit normalverteilten Rauheitsspitzen beschränkt (siehe 2.2.1.2). Im Vergleich dazu ist die benötigte Rechenzeit des umgesetzten Mischreibungsmodelles sehr viel geringer (etwa Faktor 100). Ebenfalls ist die Berücksichtigung der flächenhaften statistischen Ansätze beliebiger Oberflächen möglich. Der Charakter des Simulationstool SIRIUS als schnelles Dimensionierungs- und Auslegungstool für die Variantenrechnung ist somit erhalten geblieben.

---

<sup>11</sup> in [50] S. 25

### 8 Zusammenfassung und Ausblick

Die Hydrodynamik erlaubt theoretisch die Berechnung hydrodynamischer Radialgleitlager bis an die Schmier-spalthöhe von  $h_{min} = 0$  heran. Bei dem ersten Auftreten von Festkörperkontakten verliert diese ihre Gültigkeit, sodass in der Realität die Berechnung bis zu einer kritischen Schmier-spalthöhe erfolgt. Diese entspricht der Summenrauheit der Reibpartner. Wird die kritische Schmier-spalthöhe unterschritten, ist ein separates Mischreibungsmode-ll notwendig, welches sowohl den Einfluss der Rauheitsspitzen auf den hydrodynamischen Fluss als auch die Vorgänge im eigentlichen Mischreibungsbereich beschreibt. Die vorliegende Arbeit beschäftigte sich mit dem Aufbau eines Modellansatzes für die Berücksichtigung dieser auftretenden Mischrei-bungserscheinungen. Die Modellbetrachtung erfolgte am Beispiel von hydrodyna-misch wirkenden, zylindrischen Radialgleitlagern unter statischer Belastung.

Aufgrund der vielfältigen Einflussgrößen auf das System des hydrodynamischen Ra-dialgleitlagers war es notwendig die wirkenden Randbedingungen einzugrenzen. Da-für wurden folgende Annahmen getroffen:

- rotierende Welle bei ruhender Lagerschale
- Schmierstoff ist eine Newton'sche Flüssigkeit
- vollständige Benetzung der Reibpartner
- Paarung von rauer Lagerschale zu glatter Wellenoberfläche
- homogene Oberflächeneigenschaften über den gesamten Lagerschalenumfang

Im Vordergrund der Arbeit stand die Aufgabe die Oberflächentopologie der Gleitpart-ner derart zu charakterisieren, dass zum einen eine Berücksichtigung der auftreten-den Kontakte im Mischreibungsbereich ermöglicht und zum anderen der Rechenauf-wand in einem vertretbaren Rahmen gehalten wird. Das Mischreibungsmode-ll nutzt dafür flächenhafte statistische Kennwerte. Diese wurden durch die laseroptische Ve-rmessung verschiedener Gleitoberflächen und der anschließenden flächenhaften statistischen Auswertung gewonnen. Die Beschreibung der Oberflächen in der Be-rechnung erfolgt mithilfe der Materialanteils-kurve. Diese stellt den relativen Material-anteil in Abhängigkeit der definierten Schnitthöhenlage für die jeweilige Oberfläche dar.

Für das Mischreibungsmodell wurde der bekannte Ansatz der Lastaufteilung zwischen Flüssigkeitstragdruck und Festkörpertragdruck genutzt. Ausgangspunkt der gesamten Betrachtung ist die glatte hydrodynamische Berechnung über den Schmierspaltumfang mit der erweiterten R-DGL nach WEGMANN. In dem Einflussbereich der Rauheitsspitzen erfolgt die Korrektur des Flüssigkeitstragdruckes über den aufgestellten Modellansatz der Spalthöhenkorrektur. Der Betrag der Korrektur ergibt sich dabei aus der vorgelagerten Flussanalyse. Dort wird spalthöhenabhängig die Differenz des Volumenstromes über den glatten und den rauen Spalt bestimmt und als Kennfeld hinterlegt. Die Flussanalyse erfolgt ebenfalls durch Anpassung der hydrodynamischen Randbedingungen im System SIRIUS, sodass Festkörperkontakte ausgeschlossen waren. Die theoretisch in Kontakt tretenden Rauheitsspitzen wurden abgetrennt und an den Schnittstellen ein numerisch notwendiger, minimaler Restspalt belassen. In der Berechnung kann der Fehler vernachlässigt werden, da er in dem rechentechnisch relevanten Bereich sehr klein ist.

Wird bei der glatten hydrodynamischen Anlaufrechnung die kritische Schmierspalthöhe unterschritten, erfolgt parallel die Berechnung des Festkörpertraganteils in den betroffenen Schmierspaltbereichen. Mithilfe der hinterlegten Materialanteilskurve kann anschließend, spalthöhenabhängig, die reale Kontaktfläche bestimmt werden. Für das Festkörperkontaktmodell wurde im ersten Schritt ein einachsiger, elastischer Modellansatz gewählt, sodass sich aus dem Verformungsweg und dem Flächenanteil die Festkörpertragkraft ermitteln lässt. Bezogen auf den repräsentativen Schmier-spaltausschnitt ergibt sich der Festkörpertragdruck.

Die Kopplung beider Tragzustände ergibt sich durch die Superposition beider Druckfelder in einer Gesamtmatrix. Die Integration über die komplette Schmierspaltfläche liefert im Anschluss die Gesamttragfähigkeit. Das vorgestellte Mischreibungsmodell wurde programmtechnisch umgesetzt und in das bestehende, universitätseigene Gleitlagerberechnungsprogramm SIRIUS implementiert. Der modulare Charakter des Simulationstools ermöglicht weiterhin die Variationen der Modellansätze, sodass prinzipiell auch Untersuchungen zu den Auswirkungen unterschiedlicher Kontaktmodelle möglich sind.

Die mit dem neuen Ansatz der Spalthöhenkorrektur durchgeführten Simulationen konnten den Einfluss der Rauheitsspitzen auf den hydrodynamischen Druckaufbau abbilden. Noch vor dem ersten Auftreten von Festkörperkontakten, bei einem

Schmierfilmdickenfaktor von  $1 < \lambda < 3$  erfolgte eine Flussveränderung aufgrund der Oberflächentopographie. Die Ergebnisse decken sich dabei mit den bekannten Resultaten aus der Literatur. Die Spalthöhenkorrektur führt in den jeweiligen Abschnitten zu einer lokalen Druckerhöhung, welche wiederum zu einer Tragfähigkeitserhöhung des Gleitlagers führt.

Das Ergebnis der Mischreibungsberechnung zeigt weiterhin das in den engsten Schmier-spalt verschobene Maximum des Festkörpertragdruckes. Zu erkennen war auch, dass der Festkörpertragdruck lediglich von der Schmier-spaltgeometrie abhängig ist.

Die zweidimensionale Modellierung des Schmier-spaltes und die programminterne Beschreibung der Oberflächentopographie durch flächenhafte statistische Kennwerte ermöglicht eine sehr schnelle Gleitlagerberechnung. Es ist aber auch zu erwähnen, dass das vorliegende Mischreibungsmodell durch die statistische Modellierung der Oberfläche limitiert bleiben wird. Aufgrund der Bestimmung der Größe der realen Kontaktfläche als Materialanteil in der Schnittebene, ist keine genaue Aussage zur Form, Größe und Position der Einzelkontakte möglich.

Mit dem vorliegenden Mischreibungsmodell wurden die ersten Voraussetzungen geschaffen, weitere Untersuchungen bei mischreibungsbelasteten Gleitlagern durchzuführen. Im nächsten Schritt sollte die Modellierung zum Verschleiß- und Erwärmungsverhalten erfolgen. Der Ansatz der Lastaufteilung und die daraus resultierenden separaten Modelle für die jeweiligen Tragkomponenten ermöglichen weiterhin eine Variation und die Anpassung der entsprechenden Modellvorstellung im Mischreibungsbereich. Die Modellierung der Festkörperkontaktkraft ermöglicht weiterhin die Durchführung von Anlaufrechnungen.

Den größten Einfluss wird dabei das Verformungsverhalten der Rauheitsspitzen haben. Untersuchungen haben gezeigt, dass durch die linear-elastische Betrachtung die resultierenden Kräfte tendenziell höher bestimmt werden. Ebenfalls sollte die elastische Spaltaufweitung aufgrund der lokalen Drücke in der Berechnung berücksichtigt werden, da deren Beträge durchaus im Bereich der Rauheitshöhen liegen können. Dies könnte prinzipiell über eine Einflussmatrix in das bestehende Modell eingebunden werden.

## Verzeichnis der Abbildungen und Tabellen

|   |    |
|---|----|
| Abb. 2.1 Übersicht flüssigkeitsgeschmierter Gleitlager [1].....   | 3  |
| Abb. 2.2 Druckverlauf in der Mittelebene eines hydrodynamischen Gleitlagers .....   | 6  |
| Abb. 2.3 Verlauf der Stribeck-Kurve (I) Abhängigkeit von der spezifischen<br>Lagerbelastung (r) [8].....                      | 7  |
| Abb. 2.4 Darstellung des Schmierspalt bei Mischreibung (I) und<br>Flüssigkeitsreibung (r).....                                | 8  |
| Abb. 2.5 Bereiche der Gleitlagerberechnung (in Anlehnung an [14]).....  | 9  |
| Abb. 2.6 Spalthöhendefinition bei starrer, rauer Oberfläche (in Anlehnung an [15]).   | 11 |
| Abb. 2.7 Kugelhäutchenoberfläche nach GREENWOOD und WILLIAMSON [41].....  | 13 |
| Abb. 3.1 Massenströme an einem Volumenelement .....   | 20 |
| Abb. 3.2 Schnitt des Schmierspalt in der x-z-Ebene [66] .....   | 23 |
| Abb. 3.3 Druckverhältnisse mit unterschiedlichen Kavitationsrandbedingungen (in<br>Anlehnung an [69]).....                    | 25 |
| Abb. 3.4 Druck- und Flüssigkeitsverteilung im Schmierspalt in der Mitte eines<br>stationär belasteten Radialgleitlagers ..... | 28 |
| Abb. 3.5 Diskretisierung der abgewinkelten Schmierspaltfläche.....  | 31 |
| Abb. 3.6 Approximation des Teilstücks der Funktion $P(X)$ [80].....   | 31 |
| Abb. 4.1 Oberflächen- und Rauheitsprofil eines Werkstückes [82].....  | 33 |
| Abb. 4.2 Arithmetischer Mittelwert der Profilorordinaten, $R_a$ (in Anlehnung an [83]) ...                                    | 34 |
| Abb. 4.3 Amplitudendichtekurve eines Rauheitsprofils (in Anlehnung an [82]).....  | 35 |
| Abb. 4.4 Materialanteilkurve (Abbott-Firestone-Kurve) (in Anlehnung an [82]).....   | 36 |
| Abb. 4.5 3D-Flächenmaterialanteilkurve nach ISO 25178 [84] .....  | 36 |
| Abb. 4.6 Prinzip der konfokalen Mikroskopie [84].....   | 38 |
| Abb. 5.1 Proben verschiedener Gleitlagerbeschichtungsmaterialien und Übersicht der<br>Legierungen .....                       | 40 |
| Abb. 5.2 Positionen der Proben im Testlager 2 .....   | 41 |
| Abb. 5.3 Positionen der Proben im Testlager 3 .....   | 42 |
| Abb. 5.4 Position der Messung, gemessenes Oberflächenprofil und ermittelter<br>Materialanteil .....                           | 43 |
| Abb. 5.5 Materialanteilkurve bei unterschiedlicher Vergrößerung .....   | 44 |



|  |    |
|--|----|
| Abb. 5.6 Beispiel 1 - Ausrichtung der Oberflächenrauheiten (Probe 7) parallel zur Strömungsrichtung.....                   | 47 |
| Abb. 5.7 Beispiel 2 - Ausrichtung der Oberflächenrauheiten (Probe9) senkrechte zur Strömungsrichtung.....                  | 48 |
| Abb. 5.8 Materialanteilkurven der Beispieloberflächen 1 und 2 .....  | 48 |
| Abb. 6.1 Lastaufteilung im Mischreibungsbereich .....  | 49 |
| Abb. 6.2 Abgewickelter Schmierspalt eines symmetrischen Gleitlagers.....   | 50 |
| Abb. 6.3 Beispiel für die deterministische Oberflächenmodellierung .....   | 51 |
| Abb. 6.4 Darstellung der Abbott-Kurve in Anlehnung an [91] .....   | 52 |
| Abb. 6.5 a) Definition der kritischen Schmierspalthöhe b) Kontrollmatrix KMS zur Bestimmung des Mischreibungsgebietes..... | 53 |
| Abb. 6.6 Qualitative Darstellung der Volumenströme über den glatten und rauhen Schmierspalt .....                          | 54 |
| Abb. 6.7 Modell des Lagerausschnittes für die Volumenstromberechnung .....   | 55 |
| Abb. 6.8 Darstellung der Oberflächentopographie mit zugehöriger flächenhaften Materialanteilskurve .....                   | 56 |
| Abb. 6.9 Volumenstromverlauf in Abhängigkeit der Spalthöhe bei glatter und rauher Oberfläche .....                         | 57 |
| Abb. 6.10 Vorgehen bei der Ermittlung der äquivalenten glatten Schmierspalthöhe  | 57 |
| Abb. 6.11 Verlauf der Höhenkorrekturwerte für die Bestimmung der äquivalenten Schmierspalthöhe .....                       | 58 |
| Abb. 6.12 Höhenkorrektur im Bereich des engsten Schmierspalt.....  | 59 |
| Abb. 6.13 Beispieldarstellung des flächenhaften Materialanteils $S_{mr}(c)$ [93].....                                      | 60 |
| Abb. 6.14 Prinzipdarstellung der Kontaktfläche $A_c$ an einem Schmierspalt element .                                       | 61 |
| Abb. 6.15 Elastisch wirksame Modellbereiche der Rauheiten .....  | 62 |
| Abb. 6.16 Schematische Darstellung - unendlich breiter, ebener Schmierspalt .....  | 64 |
| Abb. 6.17 Hydrodynamischer Druck im unendlich breiten, ebenen Schmierspalt.....  | 65 |
| Abb. 6.18 Kombiniertes Druckverlauf im endlich breiten, rauhen Schmierspalt .....  | 67 |
| Abb. 6.19 Ablaufplan der Anlaufrechnung im System SIRIUS bei Vorgabe der Wellenverlagerung (Auszug aus [79]) .....         | 68 |
| Abb. 6.20 Ablaufplan des Modells der Lastaufteilung im Mischreibungsbereich .....  | 69 |
| Abb. 6.21 Ablaufplan der Bestimmung der Mischreibungsgebiete .....   | 70 |
| Abb. 6.22 Ablaufplan der Mischreibungsberechnung .....   | 71 |

|   |    |
|---|----|
| Abb. 6.23 Ablaufplan der hydrodynamischen Druckverlaufsrechnung (Auszug aus [79]).....  | 72 |
| Abb. 7.1 Spalthöhe über der abgewickelten Schmierspaltfläche .....  | 74 |
| Abb. 7.2 Druckverlauf über der abgewickelten Schmierspaltfläche .....   | 74 |
| Abb. 7.3 Lokalisierung der Bereiche unterschiedlicher Berechnungsansätze .....  | 75 |
| Abb. 7.4 Beispieloberfläche 1: Oberflächentopographie (o), zugehörige Materialanteilskurve (u).....   | 76 |
| Abb. 7.5 a) Definition der nominellen Schmierspalthöhe in der Oberflächenpaarung glatt/rau b) Materialanteilkurve nach Nullverschiebung auf den Mittelwert der Messung mPr 7_1..... | 78 |
| Abb. 7.6 Volumenstromverläufe aus der Durchflussanalyse .....   | 79 |
| Abb. 7.7 Verlauf der Höhenkorrekturwerte für die Mischreibungsberechnung mit rauer Oberfläche - Probe mPr7_1 .....  | 80 |
| Abb. 7.8 Schnitt der Oberfläche bei einer Höhe von $h=1,5\text{ }\mu\text{m}$ .....   | 81 |
| Abb. 7.9 Schnitt der Oberfläche bei einer Höhe von $h=0,5\text{ }\mu\text{m}$ .....   | 81 |
| Abb. 7.10 Gegenüberstellung der Ausgangs- und der korrigierten Schmierspaltgeometrie .....  | 83 |
| Abb. 7.11 Hydrodynamischer Traganteil der Mischreibungsbetrachtung .....  | 83 |
| Abb. 7.12 Festkörpertragdruckverlauf über abgewickelter Schmierspaltgeometrie ..  | 85 |
| Abb. 7.13 Vergleich der minimalen Schmierspalthöhen bei gleichwertig belastetem rauen und glatten Radialgleitlager .....  | 87 |
| Abb. 7.14 Dimensionsloser Druckverlauf im Schmierspalt gleichwertig belasteter Lager.....   | 88 |
| Abb. 7.15 Tragdruckverteilung bei der Mischreibungsbetrachtung ( $e=0,0478\text{mm}$ , $n=500\text{ 1/min}$ ).....  | 89 |
| Abb. 7.16 Tragdruckverteilung bei der Mischreibungsbetrachtung ( $e=0,048\text{mm}$ , $n=200\text{ 1/min}$ ).....   | 89 |
| Abb. 7.17 Ergebnisse aus glatter und rauer Tragfähigkeitsberechnung .....   | 90 |
| Abb. 7.18 Definition der Parameter für die Wellenverformung: Verkantung (l) Biegung (r) [79] .....  | 92 |
| Abb. 7.19 Druckverlauf im Schmierspalt bei Variation der Verkantung der Welle ( $n=200\text{ 1/min}$ , $E=0,92$ , $X_{\text{Kant}}=0$ ) .....                                       | 93 |
| Abb. 7.20 Druckverlauf im Schmierspalt bei Variation der Biegung der Welle ( $n=200\text{ 1/min}$ , $E=0,92$ , $X_{\text{Bieg}}=0$ ).....   | 95 |

|   |    |
|---|----|
| Tabelle 4-1 Gegenüberstellung von 2D- und 3D-Kenngrößen [51].....   | 37 |
| Tabelle 4-2 Technische Daten des CLSM LEXT OLS4000 [85][86][87] .....   | 39 |
| Tabelle 5-1 Übersicht der abgeformten Proben.....   | 42 |
| Tabelle 5-2 Variationen in den Messreihen 1 und 2 .....   | 44 |
| Tabelle 5-3 Korrelationsfaktoren der Materialanteilskurven für die Messung 7_1 ....   | 45 |
| Tabelle 6-1 Zahlenwerte der Beispielrechnung am unendlich breiten, ebenen<br>Schmierspalt .....   | 66 |
| Tabelle 6-2 Zahlenwerte der Beispielrechnung Mischreibung im endlich breiten<br>Schmierspalt .....  | 66 |
| Tabelle 7-1 Übersicht der relevanten Kennwerte der Beispielberechnung .....   | 73 |
| Tabelle 7-2 Mittelwerte des Rauheitsprofils und die resultierende Profilhöhe.....   | 77 |
| Tabelle 7-3 Aufteilung von Tragfähigkeit, maximalem Druck und dimensionsloser<br>Lagerbelastung bei $e = 0,0475$ im Mischreibungsbereich .....          | 84 |
| Tabelle 7-4 Tragfähigkeit, maximaler Druck und dimensionslose Lagerbelastung bei<br>Variation der Exzentrizität mit glatter Lagerschale .....           | 86 |
| Tabelle 7-5 Aufteilung von Tragfähigkeit, maximalem Druck und dimensionsloser<br>Lagerbelastung bei $e = 0,0478\text{mm}$ im Mischreibungsbereich ..... | 88 |
| Tabelle 7-6 Lagerbelastung und max. Schmierfilmdruck bei Variation der<br>Wellenverkantung .....  | 94 |
| Tabelle 7-7 Lagerbelastung und max. Schmierfilmdruck bei Variation der<br>Wellenbiegung .....   | 94 |

## Literatur

- [1] T. Someya, J. Mitsui, J. Esaki, S. S., Y. Kanemitsu, T. Iwatsubo, M. Tanaka, S. Hisa, T. Fujikawa, and H. Kanki, *Journal-Bearing Databook*. Springer Verlag Berlin- Heidelberg GmbH, 1989.
- [2] "DIN 31 655-1 Hydrostatische Radial-Gleitlager im stationären Betrieb-Berechnung von ölgeschmierten Gleitlagern ohne Zwischennuten." pp. 1–18, 1991.
- [3] "DIN 31652 - 1 Gleitlager - Hydrodynamische Radial-Gleitlager im stationären Betrieb - Teil1: Berechnung von Kreiszyylinderlagern." 2015.
- [4] B. Tower, "First report on friction experiments," *Proceeding Instituit. Mech. Eng. London*, vol. 35, pp. 29–35, 1884.
- [5] Gesellschaft für Tribologie, "GfT Arbeitsblatt 7: Tribologie - Verschleiß, Reibung, Definitionen, Begriffe, Prüfung." 2002.
- [6] H. Czichos and K. Habig, *Tribologie-Handbuch, Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*, 4. Auflage. Wiesbaden: SpringerVieweg, 2015.
- [7] R. Stribek, "Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit-und Rollenlager," *Zeitschrift des Vereines Dtsch. Ingenieure*, 1902.
- [8] B. Schlecht, "14. Gleitlager und Gleitlagerungen," in *Maschinenelemente 2 - Getriebe- Verzahnung - Lagerung*, Pearson Studium, 2010.
- [9] W. Glinke and G. Papendick, "Theorie der Mischreibung und ihre Anwendung auf Gleitlager," *Freib. Forschungshefte, RA*, 1982.
- [10] D. Bartel, "Mischreibung bei vollgeschmierten elastohydrodynamischen Kontakten- kein Widerspruch," *Tribol. und Schmierungstechnik*, vol. 60, no. 2, pp. 37–44, 2013.
- [11] N. P. Petroff, "Neue Theorie der Reibung," in *S Ostwalds Klassiker*, Bd. 218., Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft, 1927.

- [12] O. Reynolds, "On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil," *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. 177, no. January, pp. 157–234, 1886.
- [13] A. Sommerfeld, "Zur hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung," *Zeitschrift für Math. und Phys.*, vol. 50, pp. 97–155, 1904.
- [14] C. Titscher, "Analyse des aktuellen Standes der Forschung zur Modellierung hydrodynamisch geschmierter Gleitlager unter Berücksichtigung von Verformungen , Einsatz niedrig viskoser Schmiermittel und Mischreibung," Masterarbeit, University Rostock, 2013.
- [15] D. Bartel, *Simulation von Tribosystemen*. Wiesbaden: Vieweg Teubner Verlag, 2010.
- [16] G. Knoll and J. Lange, "COMO3D Programmsystem zur elastohydrodynamischen Berechnung von Pleullagern."
- [17] L. Chang, "Deterministic modeling and numerical simulation of lubrication between rough surfaces a review of recent developments," *Wear*, vol. 184, no. 2, pp. 155–160, 1995.
- [18] X. Jiang, D. Y. Hua, H. S. Cheng, X. Ai, and S. C. Lee, "A Mixed Elastohydrodynamic Lubrication Model With Asperity Contact," *J. Tribol.*, 1999.
- [19] Y.-Z. Hu and D. Zhu, "A Full Numerical Solution to the Mixed Lubrication in Point Contacts," *J. Tribol.*, 2000.
- [20] A. . Redlich, "Simulation von Punktkontakten unter Mischreibungsbedingungen," Dissertation, Universität Magdeburg, 2002.
- [21] L. Chang and C. Farnum, "A thermal model for elastohydrodynamic lubrication of rough surfaces," *Tribol. Trans.*, 1992.
- [22] U. Scholz, "Instationäre Berechnung geschmierter Reibkontakte," Dissertation, Universität Magdeburg, 2008.

- [23] N. Ren, D. Zhu, W. W. Chen, Y. Liu, and Q. J. Wang, "A Three-Dimensional Deterministic Model for Rough Surface Line-Contact EHK Problems," *J. Tribol. Trans. ASME*, vol. 131, no. 1, 2008.
- [24] L. Bobach, T. Illner, D. Bartel, and L. Deters, "Verschleißberechnung mischreibungsbehafteter Radialgleitlager," 2011.
- [25] M. J. A. Holmes and D. Zhu, "Discussion on elastohydrodynamic lubrication in extended parameter ranges - Part II Load effects," *Tribol. Trans.*, vol. 45, no. 4, 2002.
- [26] A. Akchurin, R. Bosman, P. M. Lugt, and M. van Drogen, "On a Model for the Prediction of the Friction Coefficient in Mixed Lubrication Based on a Load-Sharing Concept with Measured Surface Roughness," *Tribol. Lett.*, vol. 59, no. 1, p. 19, 2015.
- [27] S. Zorn and K. Brökel, "Integrierte Betrachtung von temporären Mischreibungsgebieten bei der Simulation hydrodynamisch wirkender Radialgleitlager - Ansätze für das System SIRIUS," in *12. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik*, 2014.
- [28] P. M. Lugt and G. E. Morales-Espejel, "A Review of Elasto-Hydrodynamic Lubrication Theory," *Tribol. Trans.*, vol. 54, no. 3, pp. 470–496, 2011.
- [29] K. L. Johnson, J. a. Greenwood, and S. Y. Poon, "A simple theory of asperity contact in elastohydro-dynamic lubrication," *Wear*, vol. 19, no. 1, pp. 91–108, 1972.
- [30] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, "Contact of Nominally Flat Surfaces," *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 295. he Royal Society of London, pp. 300–319, 1966.
- [31] N. Patir and N. U. Cheng, H. S. (Department of Mechanical Engineering, "An Average Flow model for Determining Effects of Three-Dimensional Rugness on Partial Hydrodynamic Lubrication.pdf," *J. Lubr. Technol. - Trans. ASME*, vol. 100, pp. 12–17.

- [32] H. G. Elrod and M. L. Adams, "A computer program for cavitation and starvation problems," in *1st Leeds\_Lyon Symposium on Tribology - (Cavitation and related Phenomena in lubrication)*, 1975, pp. 37–41.
- [33] J. H. Tripp, "Surface roughness effects in hydrodynamic lubrication: The flow factor method," *J. Lubr. Technol.*, 1982.
- [34] A. Rienäcker, "Instationäre Elastohydrodynamik von Gleitlagern mit rauhen Oberflächen und inverse Bestimmung der Wärmekontur," Dissertation, RWTH Aachen, 1995.
- [35] J. A. Greenwood and J. H. Tripp, "The Contact of Two-Nominally Flat Rough Surfaces," *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 185, no. 1, pp. 625–633, 1970.
- [36] V. Lagemann, "Numerisches Verfahren zur tribologischen Charakterisierung bearbeitungsbedingter rauer Oberflächen bei Mikrohydrodynamik und Mischreibung," Dissertation, Universität Kassel, 2000.
- [37] T. Illner, L. Bobach, D. Bartel, and L. Deters, "Einfluss von Randbedingungen und Mikrokavitation auf die Flussfaktorenberechnung," *Tribol. und Schmierungstechnik*, vol. 55, no. 5, pp. 36–42, 2008.
- [38] B. Jacobsson and L. Floberg, "The finite journal bearing considering vaporization," *Trans. Chalmers Univ. Technol.*, vol. 190, 1957.
- [39] J. Archard, "Contact and rubbing of flate surfaces," *J. Appl. Phys.*, vol. 24, no. 3, pp. 981–988, 1953.
- [40] J. A. Greenwood and J. H. Tripp, "The Elastic Contact of Rough Spheres," *J. Appl. Mech.*, 1967.
- [41] V. L. Popov, "Kontaktmechanik und Reibung Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik," *J. Chem. Inf. Model.*, vol. 53, pp. 1689–1699, 2013.
- [42] K. L. Johnson, *Contactmechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [43] J. V. Boussinesq, "Application des Potentiels a l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques," *Mémoires la Soc. des Sci. l'Agriculture des Arts*, 1885.

- [44] G. Knoll and V. Langemann, "Simulationsverfahren zur Charakterisierung rauer Oberflächen," *Tribol. und Schmierungstechnik*, vol. 49, no. 2, pp. 25–29, 2002.
- [45] R. Wegmann and K. Brökel, "Aktuelle Probleme der numerischen Simulation des hydrodynamischen und hydrostatischen Verhaltens von Spaltströmungen," in *6. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik Aachen*, 2008.
- [46] IST GmbH Aachen, "'TOWER' - General elastohydrodynamic bearing analysis." 2013. [Online]: <http://www.ist-aachen.com/html/>. [Zugriff am 22 07 2013].
- [47] IST GmbH Aachen, FIRST - Simulationstool für elasto-hydrodynamisch gekoppelte Mehrkörpersysteme, [Online]: <https://www.ist-aachen.de/first> [Accessed: 04-Nov-2017].
- [48] G. Knoll, K. Backhaus, J. Lange, and K. Wilhelm, "Berechnung von Motorengleitlagern unter Berücksichtigung der Deformation," *MTZ-Motortechnische Zeitschrift*, vol. 59, no. 10, pp. 652–656, 1998.
- [49] AVL LIST GmbH, "Advanced Simulation Technologies - AVL EXITE." [Online]: <https://www.avl.com/web/ast/excite>. [Zugriff am 17 Juli 2013].
- [50] C. Kern, "Betriebsverhalten von thermisch und mechanisch hoch beanspruchten kunststoffbeschichteten Radial-Mehrflächengleitlagern," Technische Universität Chemnitz, 2011.
- [51] A. Fuchs, "Schnelllaufende Radialgleitlager im instationären Betrieb," Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2002.
- [52] TU Clausthal, "Simulation und Berechnung tribologischer Kontakte," 2016. [Online]: <http://www.itr.tu-clausthal.de/forschung/tribosimulation/>. [Accessed: 01-Feb-2019].
- [53] D. Bartel, "Tribo-X - 3D- Thermo-Elastohydrodynamik Simulationssoftware." [Online]: <http://www.tribo-x.com/module/radialgleitlager>. [Accessed: 18-Oct-2017].



- [54] D. Bartel, L. Bobach, T. Illner, and L. Deters, "Simulating transient wear characteristics of journal bearings subjected to mixed friction," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 226, no. 12, pp. 1095–1108, Aug. 2012.
- [55] T. Illner, "Oszillierendes kippbewegliches Axialgleitlager bei Grenzreibung und Kraftstoffschmierung," Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2010.
- [56] L. Bobach, "Simulation dynamisch belasteter Radialgleitlager unter Mischreibungsbedingungen," Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2008.
- [57] "Engineering-Werkzeuge von CADFEM für ANSYS - Tribo-X inside ANSYS: Wie geschmiert," *CADFEM J.*, vol. 2, p. 15, 2017.
- [58] R. Wegmann, S. U. Kreja, and K. Brökel, "Modernes Verfahren zur Simulation stationärer und instationärer Belastungen beim hydrostatischen und hydrodynamischen Betrieb von Radialgleitlagern unter Berücksichtigung von Wellenbiegung," in *VDI-Fachtagung Gleit- und Wälzlagerungen*, 2009.
- [59] R. Wegmann, K. Brökel, S. Gold, and J. Weber, "Numerische Simulation und experimentelle Verifikation von kombinierten hydrostatisch-hydrodynamisch wirkenden Radialgleitlagern großer Abmessungen," *VDI-Bericht 2202*, pp. 219–232, 2013.
- [60] T. Barenthin, "Ermittlung der hydrodynamischen Verhältnisse im Stevenrohrlager unter Berücksichtigung einer gekrümmten Welle und beliebiger Nutgeometrie," Dissertation, Universität Rostock, 2005.
- [61] C. Titscher, "Erweiterung der Berechnung von Verformungen auf Lager unter Ausnutzung verschiedener Symmetriebedingungen," Studienarbeit, Universität Rostock, 2012.
- [62] S. Zorn and K. Brökel, "Hydrodynamisch und hydrostatisch wirkende Radialgleitlager in Schiffsantrieben - Erweiterte Simulationsansätze im System SIRIUS," in *Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*, 2013.

- [63] R. Wegmann, "Erweiterung der hydrodynamischen Schmiertheorie durch Einbeziehung des Unterdruckgebietes in die Berechnung instationär belasteter Gleitlager," Dissertation, Universität Rostock, 1978.
- [64] B. J. Hamrock, S. R. Schmid, and B. O. Jacobson, *Fundamentals of fluid film lubrication*, 2. Auflage. New York - Basel: Marcel Dekker , Inc., 2004.
- [65] A. H. Shapiro, *Shape and Flow: The Fluid dynamics of drag*. London: Heinemann Verlag London, 1964.
- [66] I. Jonuschies, "Hydrodynamisch wirkende zylindrische Radialgleitlager für die Rotorwellenlagerung in Windenergieanlagen - Beitrag zu den Einsatzmöglichkeiten und Anwendungsgrenzen," Dissertation, Universität Rostock, 2015.
- [67] H. Hofmann, "Über einige Einflußfaktoren auf die 'Festigkeit dünner Ölfilme,'" *Freib. Forschungshefte*, vol. 251, p. 99, 1962.
- [68] M. Kornfeld, *Elastizität und Festigkeit der Flüssigkeiten*. Berlin: Verlag Technik, 1952.
- [69] D. Dowson and C. M. Taylor, "Cavitation in Bearings," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 11, no. 1, pp. 35–65, 1979.
- [70] L. Gümbel and E. Everling, *Reibung und Schmierung im Maschinenbau*. Krayn, 1925.
- [71] L. Gümbel, "Vergleich der Ergebnisse der rechnerischen Behandlung des Lagerschmierungsproblems mit neueren Versuchsergebnissen," *Mbl. berl Bez.*, pp. 125–128, 1921.
- [72] H.-J. Butenschön, "Das hydrodynamische, zylindrische Gleitlager endlicher Breite unter instationärer Belastung," Dissertation, Universität Karlsruhe, 1976.
- [73] K. O. Olsson, "Cavitation in dynamically loaded bearings," *Trans. Chalmers Univ. Technol.*, 1965.
- [74] H. G. Elrod, "A cavitation algorithm," *J. Tribol.*, vol. 103, no. 3, pp. 350–354, 1981.

- [75] H. Allmaier, "Current Challenges and Frontiers for the EHD Simulation of Journal Bearings," *SAE Tech. Pap.*, 2016.
- [76] D. Muhs, H. Wittel, D. Jannasch, and J. Voßiek, *Roloff / Matek Maschinenelemente*, 22. Auflag. Springer Vieweg, 2015.
- [77] K.-J. Bladt, "Beitrag zur Erfassung der Schmierungsverhältnisse schwelend belasteter Gleitgelenke unter Berücksichtigung der Verformung," Dissertation. Universität Rostock, 1974.
- [78] K. Brökel, "Das schwelend belastete Radialgleitlager unter Berücksichtigung der Verformung und eines Schmierstoff-Gas-Gemisches bei beliebiger Spaltgeometrie," Dissertation. Wilhelm-Pieck-Universität Rostock, 1980.
- [79] R. Wegmann, "Dokumentation SIRIUS- Teil 2: physikalische Grundlagen, dimensionsbehaftete Daten," 2016. [Online]: [www.rolandwegmann.de/%5Cdownloads%5C5C](http://www.rolandwegmann.de/%5Cdownloads%5C5C). [Accessed: 23-Jun-2018].
- [80] R. Wegmann, S. Zorn, and K. Brökel, "Zeitlose Algorithmen und ihre Adaption in modernen Simulationsverfahren," in *14. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik 2016*, 2016, p. 259.
- [81] "DIN 4760 Gestaltabweichung; Begriffe, Ordnungssysteme." 1982.
- [82] "DIN EN ISO 4287 Geometrische Produktspezifikation - Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren - Benennung, Definition und Kenngrößen der Oberflächenbeschaffenheit." 2010.
- [83] O. Kreil, "Einfluss der Oberflächenstruktur auf Druckverteilung und Schmierfilmdicke im EHD-Kontakt," Dissertation, Technische Universität München, 2008.
- [84] W. Schuth and W. Buerakov, *Handbuch Optische Messtechnik*. München: Carl Hanser Verlag gmbH & Co. KG, 2016.
- [85] Olympus CORPORATION, "Manual LEXT OLS4000." .
- [86] C. Deusen, "3D Measuring Laser Microscope LEXT OLS4000." Präsentation, [Online]: [spectronet.de/story\\_docs/vortraege\\_2010/.../100504\\_03\\_deusen\\_olympus.pdf](http://spectronet.de/story_docs/vortraege_2010/.../100504_03_deusen_olympus.pdf) [Accessed: 10-Jan-2016]

- [87] Olympus CORPORATION, "Produktarchiv OLS4000." [Online]: [http://www.olympus-ims.com/de/metrology/ols4000/#!cms\[tab\]=%2Fmetrology%2Fols4000%2Foverview](http://www.olympus-ims.com/de/metrology/ols4000/#!cms[tab]=%2Fmetrology%2Fols4000%2Foverview). [Accessed: 29-Dez-2018].
- [88] Struers, "RepliSet- Ein vielseitiges und flexibles Abdrucksystem", Pdf-Datenblatt, [Online]: <https://cdnstruersproduction.azureedge.net/-/media/Struers-media-library/Products/Materialographic-analysis-equipment/RepliSet/RepliSet-Technical-Data-Sheet/Repliset-Tech-German.pdf>, [Accessed: 01-Mar-2017].
- [89] B. Bhushan, "Contact mechanics of rough surfaces in tribology: multiple asperity contact," *Tribol. Lett.*, vol. 4, no. 1, pp. 1–35, 1998.
- [90] "DIN EN ISO 25178 - 2 - Geometrische Produktspezifikationen (GPS)-Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft - Teil2: Begriffe und Oberflächen-Kenngrößen," September. 2012.
- [91] C. Wiehr and J. Seewig, "3D-Kenngrößen nach ISO 25178," in *45. Materialographie-/Metallographie-Tagung DGM*, 2011.
- [92] N. Patir and H. S. Cheng, "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces," *J. Lubr. Technol. - Trans. ASME*, vol. 101, pp. 220–230, 1979.
- [93] Struers, "Abdrucksysteme - Das vielseitige 3D-Replika\_System," *Datenquelle: technische Daten des Abdrucksystem*. [Online]: <http://www.struers.com/Products/Materialographic-analysis/Materialographic-analysis-equipment/Replication-system#technical-data>. [Accessed: 01-Mar-2017].
- [94] J. A. Greenwood, "The Area of Contact Between Rough Surfaces and Flats," *J. Lubr. Technol.*, 1967.

# Lebenslauf

## Berufserfahrung

- 03/2013 – 12/2018    Wissenschaftlicher Mitarbeiter  
Universität Rostock, Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik, Lehrstuhl für Konstruktionstechnik/CAD
- Akquise und Betreuung von Drittmittelprojekten
  - Ausbildung der Studenten in der Konstruktionsmethodik
  - Betreuung studentischer Arbeiten
  - Forschungsbereich - Simulationsmöglichkeiten von mischreibungsbehafteten, hydrodynamisch wirkende Gleitlager
- 04/2012 – 12/2012    Werksstudent/ Masterand  
Rheinmetall MAN Military Vehicles GmbH, Kassel
- Recherche und Prüfung von Anforderungen in der Prototypentwicklung
  - Aufbereitung von Entwicklungsergebnissen /Präsentationsvorbereitungen
  - Konzeptionierung und Konstruktion eines Versuchsstandes zur Personalschulung
- 07/2011 – 11/2011    Wissenschaftliche Hilfskraft  
Universität Rostock, Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik, Lehrstuhl für Konstruktionstechnik & Leichtbau
- Konstruktion und numerische Berechnung von GFK-Teilkomponenten bei der Entwicklung eines Behälters zum Flüssigkeitstransport
- 04/2010 – 07/2010    Fachpraktikum  
Güstrower Wärmepumpen GmbH
- Erstellen von CAD Modellen mit Solid Works
  - Erstellen von Fertigungsunterlagen
- 03/2008 – 09/2008    Grundpraktikum  
RMT Maschinenbau GmbH Rostock
- Tätigkeiten im Bereich der Qualitätssicherung
  - CNC-Programmierung und Stahlbauarbeiten

## Bildungsweg

|                   |   |
|-------------------|---|
| 01/2014 – 2019    | Doktorand, Universität Rostock  |
|                   | Schwerpunkt: Hydrodynamische Gleitlager   |
|                   | Abschlussarbeit: Berücksichtigung statistischer Oberflächen-<br>kenngrößen bei der numerischen Simulati-<br>on hydrodynamisch wirkender Radialgleit-<br>lager im Mischreibungsbereich |
|                   | Abschluss: Dr.-Ing.   |
| 10/2010 – 12/2012 | Master-Maschinenbaustudium, Universität Rostock   |
|                   | Schwerpunkt: Leichtbaukonstruktion/ Strukturmechanik  |
|                   | Abschlussarbeit: Erarbeitung eines reversiblen Befestigungs-<br>konzeptes für ein Vorderwagen-Segment   |
|                   | Abschluss: Master of Science  |
| 10/2007 – 09/2010 | Bachelor-Maschinenbaustudium, Universität Rostock   |
|                   | Schwerpunkt: Konstruktion   |
|                   | Abschlussarbeit: Untersuchung der Einsatzmöglichkeiten<br>von induktiv angetriebenen Rohrpumpen   |
|                   | Abschluss: Bachelor of Science  |
| 10/2006 – 06/2007 | Wehrdienst PzGrenBtl/182 Bad Segeberg<br>Bad Segeberg   |
| 08/1997 – 07/2006 | Europaschule Gymnasium Teterow, Teterow   |
|                   | Abschluss: Abitur   |

## **Veröffentlichungen und Fachvorträge**

Zorn, S.; Brökel, K.: Mischreibungsmodell für die Simulation hydrodynamisch wirkender Radialgleitlager unter Einbeziehung statistischer Oberflächeneigenschaften, 15. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik in Duisburg, 5. - 6. Oktober 2017, ISBN 978-3-940402-15-8

Zorn, S.; Brökel, K.: Modell für die Berücksichtigung partieller Mischreibung in hydrodynamisch wirkenden Radialgleitlagern für die 12. VDI Fachtagung Gleit- und Wälzlagerungen vom 27. - 28. Juni 2017 in Schweinfurt; ISBN 978-3-18-092308-6

Wache, A.; Aschemann, H.; Prabel, R.; Kurth, J.; Krause, B.; Zorn, S.: Iterative Lernkontrolle eines pneumatisch betätigten Lungen-Tumor-Mimik-Modells, 20. IFAC Weltkongress in Toulouse, Frankreich, 9. - 14. Juli 2017

Wegmann, R.; Zorn, S.; Brökel, K.: Zeitlose Algorithmen und ihre Adaption in modernen Simulationsverfahren, Tagungsband KT 2016, 14. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik 2016, 6. - 7. Oktober 2016, Rostock, ISBN 978-3-8440-4732-5

Zorn, S.; Brökel, K.: Zweidimensionales Reibmodell für die Untersuchung hydrodynamisch wirkender Radialgleitlager im Bereich der Mischreibung - Implementierung in das Simulationstool SIRIUS. 13. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik, 8. - 9. Oktober 2015, Clausthal, ISBN 978-3-944722-30-6

Zorn, S.; Jonuschies, I.: Methoden und Werkzeuge für die Simulation hydrodynamisch wirkender Radialgleitlager und ihrer Anwendung in Windenergieanlagen. VDI-Fachtagung Gleit- und Wälzlager. Schweinfurt 2015, ISBN 978-3-18-092257-7

Zorn, S.; Brökel, K.: Berücksichtigung von Mischreibungsgebieten bei der Simulation hydrostatisch und hydrodynamisch wirkender Radialgleitlager - Ansätze im System SIRIUS. 12. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik, 16. - 17. Oktober 2014, Bayreuth, ISBN 978-3-00-046544-4

Zorn, S.; Brökel, K.: Hydrodynamisch und hydrostatisch wirkende Radialgleitlager in Schiffsantrieben - Erweiterte Simulationsansätze im System SIRIUS. Dresdener Maschinenelemente Kolloquium 2013, ISBN 978-3-00-046544-4